

Fonction logarithme**Fiche Bases**

Nom : _____

Date : _____

Exercice B1 : Propriétés algébriquesOn note $a = \ln 2$ et $b = \ln 5$.

1. Exprimer en fonction de a et b : $\ln 20$, $\ln 0,4$, $\ln 50$, $\ln \sqrt{10}$, $\ln \frac{1}{8}$, $\ln \frac{25}{8}$.
2. Simplifier : $A = \ln(e^4) - \ln \sqrt{e}$, $B = e^{3 \ln 2}$, $C = \ln 8 - 2 \ln 4 + \ln 32$, $D = e^{2 + \ln 3}$.

Exercice B2 : Vrai ou faux

Pour chaque affirmation, répondre par vrai ou faux et justifier.

1. $\ln 5 - \ln 2 = \ln 3$.
2. L'équation $\ln(x^2) = 4$ admet deux solutions dans $\mathbb{R}$.
3. Pour tout $x \in]0; 1]$, $\ln x \leq 0$.
4. La fonction $\ln$ est décroissante sur $]0; 1[$.
5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = +\infty$.

Exercice B3 : Ensembles de définition

Déterminer l'ensemble de définition de chaque fonction.

1. $f(x) = \ln(3 - 2x)$
2. $g(x) = \ln(x^2 - 9)$
3. $h(x) = \ln(x + 4) + \ln(5 - x)$
4. $k(x) = \frac{1}{\ln x - 2}$

Exercice B4 : Équations avec $\ln$ Résoudre dans $\mathbb{R}$, en précisant d'abord l'ensemble de définition.

1. $\ln(3x - 2) = \ln(x + 4)$
2. $\ln(2x + 1) = 2$
3. $\ln x + \ln(x + 2) = \ln 15$
4. $(\ln x)^2 - 5 \ln x + 6 = 0$

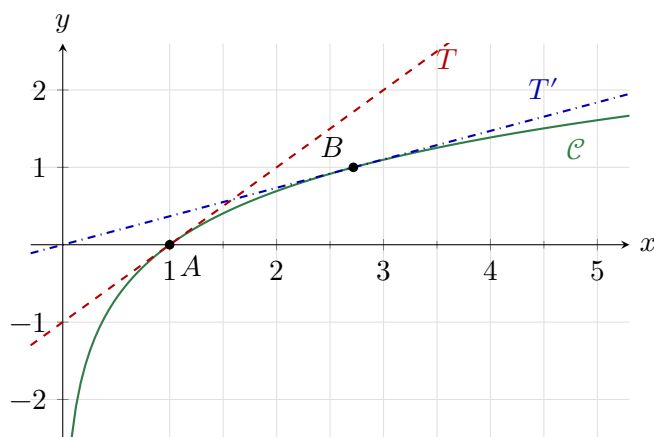
Exercice B5 : Inéquations avec $\ln$ Résoudre dans $\mathbb{R}$.

1. $\ln(2x - 3) \geq 1$
2. $\ln(x + 2) \leq \ln(5 - x)$
3. $\ln(3x - 1) > -1$

Exercice B6 : Équations et inéquation exponentiellesRésoudre dans $\mathbb{R}$.

1. $e^{2x} = 7$
2. $2e^{-x} + 1 = 5$
3. $e^{2x} - 4e^x + 3 = 0$ (poser $X = e^x$)
4. $e^{3x-2} < 4$

Exercice B7 : Lecture graphiqueOn donne la courbe $\mathcal{C}$ de la fonction $\ln$, sa tangente T au point $A(1; 0)$ et sa tangente T' au point B d'abscisse e .



1. Par lecture graphique, donner une valeur approchée de $\ln 3$, puis des solutions de $\ln x = 1$ et de $\ln x = -1$.
2. Calculer l'équation réduite de T .
3. Calculer l'équation réduite de T' . Que remarque-t-on ?
4. Que lit-on sur la position de $\mathcal{C}$ par rapport à T ? Le justifier à l'aide de $\ln''(x)$, puis écrire l'inégalité obtenue.
5. Le point $P(2; e^2)$ appartient à la courbe de la fonction exponentielle. Justifier que le point $Q(e^2; 2)$ appartient à $\mathcal{C}$, et préciser la transformation géométrique qui fait passer de la courbe de $\exp$ à $\mathcal{C}$.

Exercice B8 : Dérivées

Calculer la dérivée de chaque fonction sur l'intervalle indiqué.

1. $f(x) = \ln(2x + 5)$ sur $\left] -\frac{5}{2}; +\infty \right[$
2. $g(x) = \ln(x^2 + 4)$ sur $\mathbb{R}$
3. $h(x) = x \ln x - x$ sur $]0; +\infty[$
4. $k(x) = \frac{\ln x}{x^2}$ sur $]0; +\infty[$
5. $m(x) = \ln(1 + e^x)$ sur $\mathbb{R}$
6. Sans calculer de dérivée, justifier que $x \mapsto \ln(x^2 + 1)$ est croissante sur $[0; +\infty[$.

Exercice B9 : Limites

Déterminer, en citant la règle utilisée.

1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (3 - \ln x)$
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5 \ln x}{x}$
3. $\lim_{x \rightarrow 0^+} 4x \ln x$
4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \ln x)$ (factoriser x)
5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \frac{3x + 1}{x}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\ln x}$

Exercice B10 : Seuils et Python

Un capital de 1 500 euros est placé à 3 % par an. On note C_n le capital au bout de n années.

1. Exprimer C_n en fonction de n . Déterminer, à l'aide de $\ln$, la plus petite valeur de n telle que $C_n \geq 3\,000$.
2. Que renvoie la fonction ci-dessous ? Justifier.

```
def seuil():
```

```
n = 0
c = 1500
while c < 3000:
    c = c * 1.03
    n = n + 1
return n
```

3. Un médicament est éliminé à raison de 10 % par heure : la quantité restante est $M_n = 80 \times 0,9^n$ (en mg) après n heures. Déterminer le plus petit entier n tel que $M_n < 5$. Adapter le programme précédent (initialisation, condition, mise à jour) pour retrouver ce résultat avec Python.