

Succession d'épreuves et loi binomiale : exercices type bac

Trois exercices complets, dans le style de l'épreuve du bac :

- deux machines, un arbre, puis un échantillon de pièces (loi binomiale, seuil, Python) ;
- un joueur de basket : loi binomiale, espérance, écart-type, seuil ;
- deux urnes choisies au hasard, puis des tirages avec remise : arbre et loi binomiale mêlés.

Les corrections sont rédigées comme on l'attend d'une excellente copie de bac :

- événements définis, données traduites en probabilités ;
- formules citées (probabilités totales, conditionnelle, loi binomiale) ;
- modèle binomial **justifié** avec n , p et le succès ;
- seuils traités avec les logarithmes ;
- conclusion en contexte.

Elles suivent le Guide de rédaction général et celui du chapitre. **Durée conseillée : 30 minutes par exercice, sur papier, sans regarder la correction.**

Comment t'entraîner efficacement

- Chronomètre-toi et rédige tout, comme le jour du bac.
- Commence par **définir les événements** et **traduire l'énoncé** en probabilités.
- Écris **toujours** « X suit $\mathcal{B}(n, p)$ » avec sa justification.
- À la fin de chaque exercice, ouvre « Points clés attendus » : c'est la liste de ce que le correcteur cherche.

Exercice 1 : deux machines et un échantillon

Une usine fabrique des pièces avec deux machines A et B .

La machine A produit 60 % des pièces, la machine B les 40 % restantes.

Une pièce produite par A est défectueuse avec la probabilité 0,03, une pièce produite par B avec la probabilité 0,05.

Partie A. On prélève une pièce au hasard. On note D l'événement « la pièce est défectueuse ».

1. Construire un arbre pondéré.
2. Montrer que $P(D) = 0,038$.
3. La pièce est défectueuse. Quelle est la probabilité qu'elle vienne de la machine A ?

Partie B. On prélève 20 pièces au hasard.

La production est assez grande pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise.

Soit X le nombre de pièces défectueuses.

4. Justifier que X suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.
5. Calculer la probabilité qu'aucune pièce ne soit défectueuse, puis qu'il y en ait au moins deux.
6. Calculer l'espérance et l'écart-type de X .
7. Quel est le plus petit nombre n de pièces à prélever pour que la probabilité d'obtenir au moins une pièce défectueuse soit supérieure ou égale à 0,95 ? Écrire un script Python qui le confirme.

Exercice 2 : un joueur de basket

Un joueur réussit chaque lancer franc avec la probabilité 0,6, indépendamment des autres.

Il effectue 10 lancers.

On note X le nombre de lancers réussis.

1. Justifier que X suit une loi binomiale et donner ses paramètres.
2. Calculer la probabilité qu'il réussisse exactement 6 lancers, puis au moins 6 lancers.
3. Calculer l'espérance et l'écart-type de X .
4. Quel est le plus petit nombre n de lancers pour que la probabilité de réussir au moins un lancer soit supérieure ou égale à 0,999 ?

Exercice 3 : deux urnes

On dispose de deux urnes U_1 et U_2 .

L'urne U_1 contient une proportion **0,25** de boules rouges, l'urne U_2 une proportion **0,75**.

On choisit une urne au hasard (équiprobabilité), puis on tire **4** boules **avec remise** dans l'urne choisie.

On note Y le nombre de boules rouges obtenues.

1. Calculer $P_{U_1}(Y = 3)$ et $P_{U_2}(Y = 3)$.

2. Montrer que $P(Y = 3) = \frac{15}{64}$.

3. On a obtenu exactement trois boules rouges. Quelle est la probabilité que les tirages aient eu lieu dans l'urne U_2 ?

4. Calculer la probabilité d'obtenir au moins une boule rouge.

Les réflexes à retenir

- Un **arbre** se lit avec **produit** le long d'un chemin et **somme** des chemins.
- Une **loi binomiale** se **justifie** : identique, indépendant, succès, n , p .
- Avec un **choix préalable**, la loi binomiale est **conditionnelle** ; on conclut avec les **probabilités totales**.
- Un **seuil** : logarithme, **inégalité renversée**, arrondi à l'**entier supérieur**.
- **Conclus** chaque question en contexte.

Aller plus loin avec les vrais sujets

Quand tu es à l'aise avec ce chapitre, entraîne-toi sur les exercices de probabilités des sujets officiels des années précédentes.

Ils sont disponibles sur le site de l'[APMEP](https://apmep.fr/).

Chronomètre-toi et rédige comme le jour du bac.