

Fiche 1 : vecteurs de l'espace, colinéarité et coplanarité

Huit exercices pour maîtriser les vecteurs de l'espace **sans coordonnées** :

- relation de Chasles et règle du parallélogramme ;
- décomposition d'un vecteur dans une base ;
- alignement de points ;
- coplanarité de vecteurs et parallélisme d'une droite et d'un plan ;
- parallélogramme dans l'espace ;
- base d'un tétraèdre ;
- diagonales d'un parallélogramme ;
- vrai/faux.

Toutes les corrections sont rédigées comme on l'attend au bac :

- chaque égalité vectorielle est justifiée (Chasles, milieu, parallélogramme) ;
- la relation de colinéarité ou de coplanarité est écrite ;
- la conclusion nomme la propriété utilisée.

Le modèle de rédaction d'un alignement

« On a $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{3} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$. Comme I est le milieu de $[BC]$, $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$. Donc $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AI}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AJ}$ et $\overrightarrow{AI}$ sont colinéaires, donc les points A, J, I sont alignés. »

- Écris **chaque vecteur** comme combinaison des vecteurs de base.
- Fais apparaître la **relation** $\overrightarrow{AJ} = k \overrightarrow{AI}$.
- **Conclus** avec la propriété : « colinéaires, donc alignés ».

Les pièges classiques

- Se fier à la figure au lieu de justifier par une relation vectorielle.
- Écrire $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ alors que c'est $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ (l'ordre des lettres compte).
- Appliquer le théorème de coplanarité avec deux vecteurs **colinéaires**.
- Oublier de dire pourquoi une droite est **strictement** parallèle (et non incluse).

En géométrie dans l'espace, la figure ressemble toujours à une cage d'escalier. Fie-toi aux vecteurs, pas à tes yeux.

Dans tous les exercices sur le cube : $ABCDEFGH$ est un cube, $ABCD$ est la face inférieure, $EFGH$ la face supérieure, et $[AE]$, $[BF]$, $[CG]$, $[DH]$ sont des arêtes.

Exercice 1 (★) : Chasles et règle du parallélépipède

Dans le cube $ABCDEFGH$, écrire chaque vecteur sous la forme d'un seul vecteur :

1. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CG}$

2. $\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GC}$

3. $\overrightarrow{EH} + \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{GC}$

4. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}$

5. $\overrightarrow{CG} - \overrightarrow{EA}$

6. $\overrightarrow{FH} - \overrightarrow{BD}$

Correction de l'exercice 1**Méthode**

On utilise la relation de Chasles, et le fait que dans un cube les quatre arêtes « parallèles » représentent le même vecteur : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HG}$, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{EH}$, $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{DH}$.

Question 1

D'après la relation de Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$, puis $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{AG}$.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{AG}$$

Question 2

Les points s'enchaînent : $B \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow C$. D'après Chasles :

$$\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{BC}$$

Question 3

Les points s'enchaînent : $E \rightarrow H \rightarrow G \rightarrow C$.

$$\overrightarrow{EH} + \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{EC}$$

Question 4

Par la règle du parallélépipède, ou par Chasles : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CG}$. Donc $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CG}$.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AG}$$

Question 5

$\overrightarrow{EA} = -\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{AE}$. Donc $\overrightarrow{CG} - \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AE}$.

$$\overrightarrow{CG} - \overrightarrow{EA} = 2\overrightarrow{AE}$$

Question 6

$BDHF$ est un rectangle, car $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{DH}$. Donc $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{FH}$. Or $\overrightarrow{FH}$ est le vecteur du 6.
 $\overrightarrow{FH} - \overrightarrow{BD} = \vec{0}$

Exercice 2 (★★) : décomposer dans une base

Dans le cube $ABCDEFGH$, on pose $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{AD}$ et $\vec{w} = \overrightarrow{AE}$.

On note I le milieu de $[EF]$, J le milieu de $[BC]$ et K le milieu de $[GH]$.

Exprimer $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{JK}$ et $\overrightarrow{IK}$ en fonction de $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$.

Correction de l'exercice 2

Méthode

On insère des points intermédiaires pour passer par des arêtes, et on utilise les milieux.

Question 1 : le vecteur $\overrightarrow{IJ}$

D'après la relation de Chasles :

$$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IF} + \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{BJ}$$

I est le milieu de $[EF]$ et $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB}$, donc $\overrightarrow{IF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\vec{u}$.

$$\overrightarrow{FB} = -\overrightarrow{BF} = -\vec{w}.$$

J est le milieu de $[BC]$ et $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$, donc $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{2}\vec{v}$.

$$\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v} - \vec{w}$$

Question 2 : le vecteur $\overrightarrow{JK}$

D'après la relation de Chasles :

$$\overrightarrow{JK} = \overrightarrow{JC} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{GK}$$

$$\overrightarrow{JC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\vec{v}.$$

$$\overrightarrow{CG} = \vec{w}.$$

K est le milieu de $[GH]$ et $\overrightarrow{GH} = -\overrightarrow{AB} = -\vec{u}$, donc $\overrightarrow{GK} = -\frac{1}{2}\vec{u}$.

$$\overrightarrow{JK} = -\frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v} + \vec{w}$$

Question 3 : le vecteur $\overrightarrow{IK}$

D'après la relation de Chasles :

$$\overrightarrow{IK} = \overrightarrow{IF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GK} = \frac{1}{2}\vec{u} + \vec{v} - \frac{1}{2}\vec{u}$$

$$\overrightarrow{IK} = \vec{v}$$

Contrôle : I et K sont les milieux de $[EF]$ et $[GH]$, deux arêtes de la face supérieure. Le segment $[IK]$ traverse cette face parallèlement à $[AD]$: c'est cohérent avec $\overrightarrow{IK} = \overrightarrow{AD}$.

Exercice 3 (★★) : alignement de points

$ABCD$ est un tétraèdre. On note I le milieu de $[BC]$. Le point J est défini par :

$$\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{3} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$$

1. Montrer que les points A, J, I sont alignés.

2. Le point E est défini par $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. Montrer que A, I, E sont alignés et que I est le milieu de $[AE]$.

Correction de l'exercice 3

Question 1

I est le milieu de $[BC]$. Donc :

$$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$$

D'où $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AI}$. On reporte dans la définition de J :

$$\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{3} \times 2\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{AJ}$ et $\overrightarrow{AI}$ sont colinéaires.

Les points A, J, I sont alignés.

(Le point J est le centre de gravité du triangle ABC : il est aux deux tiers de la médiane $[AI]$.)

Question 2

On a $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AI}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AI}$ sont colinéaires.

Les points A, I, E sont alignés.

De plus $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$.

I est le milieu de $[AE]$ (et $ABEC$ est un parallélogramme).

Exercice 4 (★★) : coplanarité et droite parallèle à un plan

Dans le cube $ABCDEFGH$:

1. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{AH}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont coplanaires.
2. Montrer que la droite (BD) est parallèle au plan (AFH) .
3. Montrer que B n'appartient pas au plan (AFH) . Que peut-on en déduire ?

Correction de l'exercice 4

Question 1

Les vecteurs $\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{AH}$ ne sont pas colinéaires (les points A, F, H ne sont pas alignés).

D'après Chasles :

$$\overrightarrow{FH} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AF}$$

Comme $BDHF$ est un rectangle, $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{FH}$. Donc :

$$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AF}$$

$\overrightarrow{BD}$ est une combinaison linéaire de $\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{AH}$.

Les vecteurs $\overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{AH}$, $\overrightarrow{BD}$ sont coplanaires.

Question 2

Le plan (AFH) est dirigé par la base $(\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AH})$. La droite (BD) est dirigée par $\overrightarrow{BD}$.

D'après la question 1, $\overrightarrow{BD}$ s'écrit comme combinaison linéaire de $\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{AH}$.

La droite (BD) est parallèle au plan (AFH) .

Question 3

Raisonnons par l'absurde. Si $B \in (AFH)$, il existerait a, b réels tels que $\overrightarrow{AB} = a\overrightarrow{AF} + b\overrightarrow{AH}$.

Dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$, on a $\overrightarrow{AF}(1; 0; 1)$, $\overrightarrow{AH}(0; 1; 1)$, $\overrightarrow{AB}(1; 0; 0)$. L'égalité donne :

$$1 = a, 0 = b, 0 = a + b$$

Les deux premières équations donnent $a + b = 1 \neq 0$: contradiction.

$B \notin (AFH)$.

La droite (BD) est parallèle au plan (AFH) et passe par $B \notin (AFH)$.

(BD) est strictement parallèle à (AFH) (sans point commun avec ce plan).

Exercice 5 (★★) : un parallélogramme dans l'espace

$ABCD$ est un tétraèdre. On note I, J, K, L les milieux respectifs de $[AB], [BC], [CD], [DA]$.

Montrer que $IJKL$ est un parallélogramme. Que peut-on en déduire pour les points I, J, K, L ?

Correction de l'exercice 5**Méthode**

On calcule $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{LK}$ avec les milieux, et on compare.

D'après Chasles, $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BJ}$. Or I est le milieu de $[AB]$ et J celui de $[BC]$:

$$\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

D'après Chasles, $\overrightarrow{LK} = \overrightarrow{LD} + \overrightarrow{DK}$. Or L est le milieu de $[DA]$ et K celui de $[CD]$:

$$\overrightarrow{LK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

Donc $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{LK}$.

$IJKL$ est un parallélogramme.

Un parallélogramme est **plan** : les points I, J, K, L sont **coplanaires**, même si $ABCD$ est un tétraèdre (non plan).

Exercice 6 (★★) : décomposer dans la base d'un tétraèdre

$ABCD$ est un tétraèdre. On note I le milieu de $[BC]$ et J le milieu de $[AD]$.

1. Justifier que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$ est une base de l'espace.

2. Exprimer $\overrightarrow{IJ}$ dans cette base.

3. Le point K est défini par $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$. Montrer que K est le symétrique de J par rapport à I .

Correction de l'exercice 6**Question 1**

Les points A, B, C, D sont les sommets d'un tétraèdre : ils ne sont pas coplanaires. Donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ ne sont pas coplanaires.

$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$ est une base de l'espace.

Question 2

D'après Chasles : $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ}$.

I est le milieu de $[BC]$: $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, donc $\overrightarrow{IA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

J est le milieu de $[AD]$: $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

$$\overrightarrow{IJ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$$

Question 3

K est le symétrique de J par rapport à I si et seulement si I est le milieu de $[JK]$, c'est-à-dire si $\overrightarrow{IK} = -\overrightarrow{IJ}$.

Calculons $\overrightarrow{IK}$ avec la relation de Chasles :

$$\overrightarrow{IK} = \overrightarrow{AK} - \overrightarrow{AI}$$

$$\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \text{ et } \overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}.$$

$$\overrightarrow{IK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$$

D'après la question 2, $\overrightarrow{IJ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$. Donc $\overrightarrow{IK} = -\overrightarrow{IJ}$.

I est le milieu de $[JK]$: K est le symétrique de J par rapport à I .

Exercice 7 (★★★) : les diagonales d'un parallélépipède

$ABCDEFGH$ est un parallélépipède (les faces sont des parallélogrammes). Ses diagonales sont $[AG]$, $[BH]$, $[CE]$ et $[DF]$.

On pose $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{AD}$, $\vec{w} = \overrightarrow{AE}$.

1. Exprimer $\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{BH}$ en fonction de $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$.
2. On note M le milieu de $[AG]$ et N celui de $[BH]$. Montrer que $M = N$.
3. Que peut-on en déduire pour les quatre diagonales ?

Correction de l'exercice 7

Question 1

D'après la règle du parallélépipède :

$$\overrightarrow{AG} = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$$

D'après Chasles, $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DH}$. Or $\overrightarrow{DH} = \overrightarrow{AE} = \vec{w}$.

$$\overrightarrow{BH} = -\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$$

Question 2

M est le milieu de $[AG]$:

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v} + \frac{1}{2}\vec{w}$$

N est le milieu de $[BH]$:

$$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = \vec{u} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BH} = \vec{u} + \frac{1}{2}(-\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}) = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v} + \frac{1}{2}\vec{w}$$

Donc $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AN}$.

$M = N$.

Question 3

Le raisonnement est le même pour $[CE]$ et $[DF]$ (en choisissant C ou D comme origine).

Les quatre diagonales du parallélépipède se coupent en leur milieu, le centre du parallélépipède.

Exercice 8 (★★) : vrai ou faux

Justifier chaque réponse :

1. Trois vecteurs coplanaires sont toujours colinéaires deux à deux.
2. Si $\vec{w} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$, alors $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ sont coplanaires.
3. Dans un tétraèdre $ABCD$, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ sont coplanaires.
4. Deux droites qui n'ont aucun point commun sont parallèles.
5. Quatre points de l'espace sont toujours coplanaires.
6. Si $\overrightarrow{AC} = -3\overrightarrow{AB}$, alors les points A , B , C sont alignés.

Correction de l'exercice 8

Affirmation 1

Contre-exemple : $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{i} + \vec{j}$ sont coplanaires, mais $\vec{i}$ et $\vec{j}$ ne sont pas colinéaires.

Faux.

Affirmation 2

$\vec{w}$ est une combinaison linéaire de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ (avec $a = 2$ et $b = -3$).

Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires, c'est le théorème de coplanarité.

S'ils sont colinéaires, $\vec{w}$ l'est aussi : les trois vecteurs sont colinéaires, donc coplanaires.

Vrai.

Affirmation 3

Les sommets d'un tétraèdre ne sont pas coplanaires : $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ ne sont donc pas coplanaires (ils forment une base de l'espace).

Faux.

Affirmation 4

Contre-exemple : deux droites non coplanaires, comme (AB) et (CG) dans un cube : elles n'ont aucun point commun et ne sont pas parallèles.

Faux.

Affirmation 5

Contre-exemple : les sommets d'un tétraèdre ne sont pas coplanaires.

Faux.

Affirmation 6

$\overrightarrow{AC} = -3\overrightarrow{AB}$: les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires, donc les points sont alignés.

Vrai.**Ce qui peut tomber au bac**

- Une **décomposition de vecteur** avec Chasles dans un cube ou un tétraèdre (exercices 1, 2, 6).
- Un **alignement** de points par une relation vectorielle (exercices 3 et 7).
- Une **coplanarité** et un **parallélisme** droite-plan (exercice 4).
- Un **parallélogramme dans l'espace** (exercice 5).

QCM : une seule bonne réponse par question

1. Les vecteurs $\vec{u}(1; 2; 3)$ et $\vec{v}(2; 4; 6)$ sont :

- A. non colinéaires
- B. orthogonaux
- C. de même norme
- D. **colinéaires (bonne réponse)**

Justification : $\vec{v} = 2\vec{u}$: les coordonnées sont proportionnelles.

2. Les vecteurs $\vec{u}(1; 2; 3)$ et $\vec{v}(2; 4; 7)$ sont :

A. non colinéaires (bonne réponse)

B. égaux

C. nuls

D. colinéaires

Justification : Les rapports 2, 2 et $\frac{7}{3}$ ne sont pas égaux : les coordonnées ne sont pas proportionnelles.

3. Trois points A , B , C non alignés et un point D sont coplanaires si :

A. $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ pour deux réels x et y (bonne réponse)B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ C. $\overrightarrow{AD}$ est orthogonal à $\overrightarrow{AB}$ D. $ABCD$ est un carré

Justification : D est dans le plan (ABC) si et seulement si $\overrightarrow{AD}$ est combinaison linéaire de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

4. Si I est le milieu de $[AB]$, alors :

A. $\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AB}$ B. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ (bonne réponse)C. $\overrightarrow{AI}$ est orthogonal à $\overrightarrow{AB}$ D. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB}$

Justification : Le milieu partage $[AB]$ en deux segments égaux et de même sens.

5. Trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$, avec $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non colinéaires, sont coplanaires si :

A. $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$ (bonne réponse)B. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont la même normeC. $\vec{w}$ est orthogonal à $\vec{u}$

D. leur produit est nul

Justification : Coplanarité : $\vec{w}$ s'exprime comme combinaison linéaire de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

6. Dans l'exercice 1, à quel vecteur est égal $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CG}$ dans le cube $ABCDEFGH$?

A. $\overrightarrow{AC}$ B. $\vec{0}$ C. $\overrightarrow{BG}$ D. $\overrightarrow{AG}$ (bonne réponse)

Justification : C'est la relation de Chasles appliquée trois fois de suite : le chemin $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow G$ équivaut au vecteur direct $\overrightarrow{AG}$.

7. Dans l'exercice 3, comment est défini le point J tel que A, J, I soient alignés (avec I milieu de $[BC]$) ?

- A. $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
- B. $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ (bonne réponse)
- C. $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$
- D. $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AI}$

Justification : J est le centre de gravité du triangle ABC , qui est bien aligné avec A et le milieu I de $[BC]$.

8. Dans l'exercice 4, la droite (BD) et le plan (AFH) sont :

- A. confondus
- B. sécants en un point
- C. **strictement parallèles (aucun point commun)** (bonne réponse)
- D. perpendiculaires

Justification : Le vecteur directeur de (BD) est combinaison linéaire de deux vecteurs du plan (AFH) , et B n'appartient pas à ce plan.

9. Dans l'exercice 5, avec I, J, K, L les milieux des côtés d'un tétraèdre $ABCD$, quelle est la nature du quadrilatère $IJKL$?

- A. un trapèze quelconque
- B. un triangle
- C. **un parallélogramme** (bonne réponse)
- D. un carré

Justification : $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{LK}$: les côtés opposés sont deux à deux égaux.

10. Dans l'exercice 7, dans un parallélépipède $ABCDEFGH$, où se coupent les quatre diagonales $[AG]$, $[BH]$, $[CE]$, $[DF]$?

- A. seulement deux d'entre elles se coupent
- B. elles ne se coupent pas toutes au même point
- C. **toutes en leur milieu, le centre du parallélépipède** (bonne réponse)
- D. sur la face $ABCD$

Justification : Chaque diagonale a le même milieu $\frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{w})$ dans le repère $(A; \vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$: c'est le centre de symétrie du solide.