

Contrôle : chapitre 10, Vecteurs, droites et plans de l'espace

Durée : 60 minutes. **Calculatrice :** autorisée. **Barème :** 20 points.

- Toute réponse doit être **justifiée**.
- La qualité de la rédaction et de la présentation est prise en compte.
- Les résultats seront encadrés ou soulignés.

Exercice 1 (6 points) : Un cube et ses points remarquables

Soit $ABCDEFGH$ un cube. On munit l'espace du repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$. On note I le milieu de $[BC]$, J le milieu de $[EH]$ et K le point défini par $\overrightarrow{AK} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AE}$.

1. Montrer, à l'aide de la relation de Chasles, que $\overrightarrow{IJ} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE}$. (1,5 points)
2. Montrer que les points I , J et K sont alignés. (1 point)
3. Montrer que les points A , I , J et G sont coplanaires. (1,5 points)
4. Les points A , I , J et F sont-ils coplanaires ? Justifier. (2 points)

Exercice 2 (8 points) : Droites et plan dans un repère

L'espace est muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points $A(2; -1; 1)$, $B(4; 1; -1)$ et $C(1; 2; 3)$, ainsi que les droites :

d' de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 1 + 2s \\ y = 1 - s \\ z = -1 + s \end{cases} (s \in \mathbb{R})$ et d'' de représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = 1 + u \\ y = 2 - u \\ z = u \end{cases} (u \in \mathbb{R}).$$

1. Montrer que les points A , B , C ne sont pas alignés. (1 point)
2. Donner une représentation paramétrique de la droite $d = (AB)$. (1 point)
3. Montrer que les droites d et d' sont sécantes et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection. (2 points)
4. Les droites d et d'' sont-elles coplanaires ? Justifier. (1,5 points)
5. Soit Δ la droite passant par $E(0; 0; 5)$ et de vecteur directeur $\vec{n}(-1; 7; 3)$. Montrer que Δ est strictement parallèle au plan (ABC) . (2,5 points)

Exercice 3 (6 points) : Deux drones

L'espace est muni d'un repère orthonormé dont l'unité vaut 10 mètres. À l'instant $t = 0$ (en secondes), deux drones sont aux points $A_1(1; 3; 2)$ et $A_2(2; 7; 1)$. Chacun se déplace en ligne droite à vitesse constante : le vecteur déplacement du drone 1 pendant une seconde est $\vec{u}_1(2; -1; 1)$ et celui du drone 2 est $\vec{u}_2(1; -2; 1)$. À l'instant $t \geq 0$, les positions des drones sont donc les points $M_1(t)$ et $M_2(t)$ tels que $\overrightarrow{A_1M_1(t)} = t\vec{u}_1$ et $\overrightarrow{A_2M_2(t)} = t\vec{u}_2$.

```
def pos(A, u, t):
    return (A[0] + t*u[0], A[1] + t*u[1], .....)
```

```
A1 = (1, 3, 2)
u1 = (2, -1, 1)
A2 = (2, 7, 1)
u2 = (1, -2, 1)
```

```
for k in range(0, 11):
    t = k
    if pos(A1, u1, t) == pos(A2, u2, t):
        print("collision à l'instant", t)
```

1. Donner les coordonnées de $M_1(t)$ et de $M_2(t)$ en fonction de t . (1 point)
2. Montrer que les trajectoires des deux drones (les droites d_1 et d_2 qui les portent) sont sécantes en un point X dont on précisera les coordonnées. (2 points)
3. Les deux drones se percutent-ils ? Justifier. (1,5 points)
4. On considère le script Python ci-dessous. Compléter la ligne incomplète, puis indiquer, en justifiant, ce que le script affiche. (1,5 points)