

Suites : exercices type bac

Trois exercices complets, écrits dans le style de l'épreuve du bac : plusieurs questions qui s'enchaînent, avec une récurrence, une suite auxiliaire, une convergence, une limite et une question de programmation.

Les corrections sont rédigées comme on l'attend d'une excellente copie de bac : chaque théorème est nommé, ses hypothèses sont vérifiées, chaque question se termine par une conclusion.

Durée conseillée : 30 minutes par exercice, sur papier, sans regarder la correction.

Comment t'entraîner efficacement

- Chronomètre-toi et rédige tout, comme le jour du bac.
- Si tu bloques sur une question, écris « on admet que... » et passe à la suivante.
- Ouvre la correction question par question, pas d'un seul coup. Compare ta **rédaction**, pas seulement ton résultat.
- À la fin de chaque exercice, ouvre « Points clés attendus » : c'est la liste de ce que le correcteur cherche.

Un exercice fait « à peu près » ne sert à rien : mieux vaut en faire un seul, mais bien.

Exercice 1 : une suite récurrente avec racine carrée

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2}$.

1. Calculer u_1 et u_2 . Donner les valeurs exactes.
2. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 2$.
3. En déduire que la suite (u_n) converge.
4. Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n) .
5. On souhaite déterminer le plus petit entier n tel que $2 - u_n < 10^{-3}$. Écrire une fonction Python qui renvoie cet entier, puis donner la valeur renvoyée.
6. Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $2 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(2 - u_n)$. En déduire que $0 \leq 2 - u_n \leq \frac{2}{2^n}$, puis retrouver la limite de (u_n) .

Exercice 2 : un modèle d'évolution (adhérents d'un club)

Un club de sport compte 500 adhérents à la fin de l'année 2026.

Chaque année, 20 % des adhérents ne renouvellent pas leur adhésion, et le club accueille 90 nouveaux adhérents.

On note u_n le nombre d'adhérents à la fin de l'année $2026 + n$, avec $u_0 = 500$.

1. Justifier que $u_{n+1} = 0,8 u_n + 90$. Calculer u_1 et u_2 .
2. On pose $v_n = u_n - 450$. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
3. Exprimer v_n , puis u_n , en fonction de n .
4. Étudier le sens de variation de (u_n) , puis déterminer sa limite. Interpréter ce résultat dans le contexte.
5. Écrire une fonction Python qui renvoie le plus petit entier n tel que $u_n < 460$, puis donner la valeur renvoyée.
6. Le club peut-il un jour compter moins de 450 adhérents ? Justifier.

Exercice 3 : une suite auxiliaire qui dépend de n

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 3$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2n - 1$. On pose $v_n = u_n - 3n + 6$.

1. Calculer u_1 , u_2 et u_3 .
2. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
3. En déduire que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 3n - 6 + 9 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n$.
4. Déterminer la limite de (u_n) .
5. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$. Exprimer T_n en fonction de n .
6. Écrire une fonction Python qui renvoie le plus petit entier n tel que $u_n \geq 100$, puis donner la valeur renvoyée.

Les réflexes à retenir

- Une suite du type $u_{n+1} = f(u_n)$ se traite presque toujours dans cet ordre : encadrement par récurrence, monotonie, convergence, limite par $\ell = f(\ell)$.
- Un théorème n'est cité qu'une fois ses **hypothèses vérifiées** (croissante et majorée, f continue, etc.).
- Une suite auxiliaire est presque toujours donnée par l'énoncé : le travail consiste à montrer qu'elle est géométrique, puis à revenir à la suite d'origine.
- Vérifie chaque formule trouvée avec les premiers termes calculés.
- Une somme de $k = 0$ à n contient $n + 1$ termes.

Aller plus loin avec les vrais sujets

Quand tu es à l'aise avec ce chapitre, entraîne-toi sur les exercices de suites des sujets officiels des années précédentes.

Ils sont disponibles sur le site de l'[APMEP](https://apmep.fr/).

Chronomètre-toi et rédige comme le jour du bac.