

Probabilités conditionnelles et indépendance : exercices de synthèse

Trois exercices **de synthèse**, corrigés question par question, avec la rédaction attendue. Cherche chaque question seul avant de lire la correction.

Exercice 1 : un contrôle qualité

Un fabricant d'ordinateurs reconditionnés reçoit ses appareils de trois ateliers A , B , C : 50 %, 30 % et 20 % de la production. La probabilité qu'un appareil soit défectueux est 0,03 pour A , 0,04 pour B et 0,05 pour C . On choisit un appareil au hasard et on note D : « il est défectueux ».

1. Dessiner l'arbre pondéré.
 2. Calculer $P(D)$.
 3. Un appareil est défectueux. Calculer la probabilité qu'il vienne de chacun des trois ateliers. Quel atelier est le plus probable ?
 4. On prélève deux appareils de façon indépendante. Calculer la probabilité qu'ils soient tous les deux défectueux.
-

Exercice 2 : un QCM au hasard

Un élève répond au hasard à un QCM de 4 questions. Chaque question propose 4 réponses dont une seule est correcte. Les réponses sont indépendantes. On note S : « la réponse est correcte ».

1. Donner $P(S)$ et $P(\overline{S})$.
 2. Calculer la probabilité de répondre juste aux 4 questions.
 3. Calculer la probabilité d'avoir **au moins une** bonne réponse.
 4. Calculer la probabilité d'avoir **exactement une** bonne réponse.
 5. Calculer la probabilité d'avoir **exactement deux** bonnes réponses (on écrira les chemins correspondants de l'arbre à quatre niveaux).
 6. Donner la probabilité de 0, 1, 2, 3 et 4 bonnes réponses et vérifier que la somme vaut 1.
 7. Pour valider le QCM, il faut au moins 2 bonnes réponses. Quelle est la probabilité de le valider en répondant au hasard ?
-

Exercice 3 : Monte-Carlo et l'aire sous une parabole

On tire un point $M(x; y)$ au hasard dans le carré $[0; 1]^2$ (les coordonnées sont indépendantes). On note E : « M est sous la parabole $y = x^2$ », c'est-à-dire $y \leq x^2$. On admet que l'aire de la région comprise entre l'axe des abscisses, la parabole et la droite $x = 1$ vaut $\frac{1}{3}$.

1. Justifier que $P(E) = \frac{1}{3}$.
2. Écrire une fonction Python `estime(n)` qui renvoie la fréquence de E sur n tirages.
3. On obtient **0,3318** avec $n = 100\,000$. Ce résultat est-il cohérent ?
4. Même question avec la courbe $y = \sqrt{x}$: quelle valeur exacte la fréquence doit-elle approcher ? (Indication : les courbes $y = x^2$ et $y = \sqrt{x}$ sont symétriques par rapport à la droite $y = x$.)