

Guide de rédaction : probabilités conditionnelles et indépendance

Ce guide complète le Guide de rédaction général. Il rassemble, pour le chapitre Probabilités conditionnelles et indépendance, **les quatorze situations qui reviennent en contrôle** et, pour chacune, la rédaction modèle. Dans ce chapitre, la rédaction consiste surtout à **nommer les événements**, à **citer la formule utilisée** et à **conclure avec une phrase**.

Le principe du chapitre

Dans un exercice de probabilités, un correcteur regarde surtout **cinq choses** :

- les **événements nommés** avec des lettres ;
- l'**arbre** (ou le tableau), avec des branches de somme 1 ;
- la **formule citée** (conditionnelle, probabilités totales, indépendance) ;
- le **calcul** détaillé, avec les valeurs substituées ;
- la **conclusion** : une phrase qui répond à la question posée.

1. Les quatorze situations et leur rédaction modèle

Situation 1 : poser les événements

« On note A l'événement « la pièce vient de la machine A » et D l'événement « la pièce est défectueuse ». »

Écris les événements **avant** les calculs.

Situation 2 : traduire une phrase en probabilité

« **Parmi** les pièces de A , 2% sont défectueuses » se traduit par $P_A(D) = 0,02$. « **Et** » se traduit par une intersection. »

Distingue $P(A \cap D)$, $P_A(D)$ et $P_D(A)$: le dénominateur est l'événement après « sachant que » ou « parmi ».

Situation 3 : lire un tableau croisé

« $P_F(T) = \frac{60}{140}$: on divise l'effectif de $F \cap T$ par l'effectif de F . »

Situation 4 : construire un arbre pondéré et calculer un chemin

« Je dessine l'arbre dans l'**ordre chronologique**. La somme des branches issues de chaque nœud vaut 1. »

« $P(A \cap D) = P(A) \times P_A(D) = 0,6 \times 0,02 = 0,012$. »

Situation 5 : probabilités totales (deux, trois événements)

« A et $\bar{A}$ forment une partition de l'univers. D'après la formule des probabilités totales, $P(D) = P(A \cap D) + P(\bar{A} \cap D) = 0,012 + 0,020 = 0,032$. »

Avec trois événements : « A_1, A_2, A_3 sont deux à deux incompatibles et $0,5 + 0,3 + 0,2 = 1$: ils forment une partition. $P(D) = P(A_1) P_{A_1}(D) + P(A_2) P_{A_2}(D) + P(A_3) P_{A_3}(D)$. »

Situation 6 : inverser le conditionnement

« On cherche $P_D(A) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{0,012}{0,032} = \frac{3}{8}$. »

Interprète : « une pièce défectueuse vient de A avec la probabilité $\frac{3}{8}$. »

Pas besoin de citer une « formule de Bayes » : la définition de la probabilité conditionnelle et les probabilités totales suffisent.

Situation 7 : tirages sans remise

« Après un premier tirage rouge, il reste 4 rouges sur 7 boules : $P_{R_1}(R_2) = \frac{4}{7}$. Les tirages **ne sont pas indépendants**. »

Situation 8 : prouver l'indépendance

« $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ et $P(A) P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$. Donc A et B sont indépendants. »

Situation 9 : réfuter l'indépendance

« $P(A \cap C) = \frac{1}{3}$ alors que $P(A) P(C) = \frac{1}{4}$. Les deux valeurs sont différentes : A et C ne sont pas indépendants. »

Situation 10 : succession de deux épreuves indépendantes

« Le dé et la pièce sont lancés séparément : les deux épreuves sont **indépendantes**, donc $P_M(A) = P(A) = \frac{3}{5}$. La probabilité du chemin $M \rightarrow A$ est $P(M \cap A) = P(M) \times P(A) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$. »

Dans le tableau à double entrée : « chaque case est le produit de ses deux marges, et les quatre cases ont pour somme 1 ». Pour trois ou quatre épreuves : « $A_1 \cap A_2$ est lié aux deux premières épreuves, donc indépendant de A_3 : $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1) P(A_2) P(A_3)$. »

Situation 11 : justifier un schéma de Bernoulli

« Chaque tir a **deux issues** (réussi ou raté). Les tirs sont **indépendants** (énoncé). La probabilité de réussir est **la même**, $p = 0,7$, à chaque tir. On répète donc **3** fois de façon identique et indépendante la même épreuve de Bernoulli de paramètre $p = 0,7$. »

Avec des probabilités qui changent d'une épreuve à l'autre (deux tirs de distances différentes), les épreuves sont indépendantes mais **pas identiques** : on multiplie le long des chemins, sans $p^k q^{n-k}$.

Situation 12 : « exactement k succès » (chemins comptés)

« On répète 4 fois de façon indépendante la même épreuve de Bernoulli de paramètre $p = 0,3$. Les chemins à exactement deux succès sont $SS\bar{S}\bar{S}$, $S\bar{S}S\bar{S}$, $S\bar{S}\bar{S}S$, $\bar{S}SS\bar{S}$, $\bar{S}S\bar{S}S$ et $\bar{S}\bar{S}SS$: il y en a 6, chacun de probabilité $0,3^2 \times 0,7^2$. Donc $P = 6 \times 0,0441 = 0,2646$. »

Situation 13 : « au moins un »

« Le contraire de « au moins un succès » est « aucun succès ». $P = 1 - 0,7^4 = 1 - 0,2401 = 0,7599$. »

Situation 14 : simulation Python

« On répète n fois l'expérience avec `random()`. On compte les réussites et on renvoie la **fréquence réussites / n**, proche de la probabilité pour n grand. »

2. Les erreurs qui coûtent des points

- Confondre $P_A(B)$ et $P_B(A)$.
- Ne pas citer la formule des probabilités totales.
- Oublier un chemin de l'arbre.
- Multiplier sans citer l'indépendance.
- Confondre **incompatibles** et **indépendants**.
- Oublier des chemins dans « exactement k succès » (écris-les tous).

- Appliquer $p^k q^{n-k}$ à des épreuves qui ne sont pas **identiques**.
- Donner un résultat sans phrase de conclusion.

Check-list avant de rendre la copie

- Mes **événements** sont nommés.
- Mon **arbre** a des branches de somme 1.
- J'ai dit si les épreuves sont **indépendantes** et **identiques**.
- J'ai **cité** la formule utilisée.
- J'ai **vérifié** que la somme des feuilles vaut 1.
- J'ai **conclu** par une phrase.

Un correcteur qui voit « $P(D) = 0,032$ » avec la partition citée sourit. Sans la partition, il cherche le feutre rouge.