

Probabilités conditionnelles et indépendance

Fiche Bases

Nom : _____

Date : _____

Exercice B1 : Lire un tableau croisé

Une médiathèque compte 240 abonnés. Parmi eux, 120 sont des adultes, 126 empruntent des documents numériques et 54 sont des adultes qui empruntent des documents numériques. On choisit un abonné au hasard. On note A : « l'abonné est un adulte » et N : « l'abonné emprunte des documents numériques ».

1. Recopier et compléter le tableau des effectifs.

	N	$\bar{N}$	Total
A			
$\bar{A}$			
Total			240

2. Calculer $P(A)$, $P(N)$ et $P(A \cap N)$.
3. Calculer $P_A(N)$ et $P_N(A)$. Interpréter chacun de ces nombres par une phrase.
4. Les événements A et N sont-ils indépendants ? Justifier.

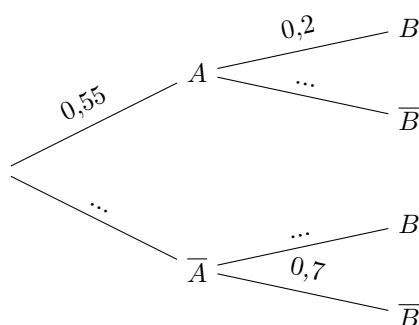
Exercice B2 : Du langage aux probabilités

Dans un magasin, on interroge un client au hasard. On note A : « le client est abonné au programme de fidélité » et C : « le client paie par carte ».

1. Traduire chaque phrase par une égalité entre probabilités :
 - a) 30 % des clients sont abonnés ;
 - b) parmi les abonnés, 80 % paient par carte ;
 - c) parmi les clients qui paient par carte, 40 % sont abonnés.
2. Écrire en français la signification de $P(\bar{A} \cap C)$ et de $P_{\bar{A}}(C)$.
3. Calculer $P(A \cap C)$, puis $P(C)$.
4. En déduire $P(\bar{A} \cap C)$.

Exercice B3 : Compléter et lire un arbre

Une application de sport propose un compte premium. On note A : « l'utilisateur a un compte premium » et B : « l'utilisateur se désabonne dans l'année ». L'arbre pondéré ci-dessous modélise la situation ; certaines probabilités sont à retrouver.



1. Recopier l'arbre et compléter les probabilités manquantes.
2. Calculer la probabilité de chacun des quatre chemins. Vérifier que leur somme vaut 1.
3. Calculer $P(B)$ en précisant la formule utilisée.

Exercice B4 : Probabilités totales

Un magasin vend des vélos classiques (65 % des ventes) et des vélos électriques (35 % des ventes). Un vélo classique est retourné sous garantie avec la probabilité 0,04, un vélo électrique avec la probabilité

0,10. On choisit au hasard un vélo vendu. On note E : « le vélo est électrique » et R : « le vélo est retourné sous garantie ».

1. Dessiner l'arbre pondéré de la situation.
2. Calculer $P(E \cap R)$ et $P(\overline{E} \cap R)$.
3. En déduire $P(R)$ en citant la formule utilisée.
4. Calculer $P(\overline{R})$.

Exercice B5 : Inverser le conditionnement

Une banque surveille ses paiements. Parmi les transactions, 1 % sont frauduleuses (F). Un système d'alerte (A) se déclenche pour 90 % des transactions frauduleuses et pour 3 % des transactions non frauduleuses. On choisit une transaction au hasard.

1. Calculer $P(F \cap A)$.
2. Calculer $P(A)$.
3. Calculer $P_A(F)$ sous forme de fraction irréductible, puis arrondie au centième.
4. Interpréter ce résultat : quelle est la proportion d'alertes qui ne correspondent pas à une fraude ?

Exercice B6 : Vrai ou faux

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse, puis justifier.

1. Si $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,4$ et $P(A \cap B) = 0,2$, alors A et B sont indépendants.
2. Si A et B sont incompatibles, avec $P(A) = 0,3$ et $P(B) = 0,2$, alors A et B sont indépendants.
3. Si $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,25$ et $P(A \cap B) = 0,1$, alors $P_A(B) = P_B(A)$.
4. Si $P(A) = 0,4$, $P_A(B) = 0,5$ et $P_{\overline{A}}(B) = 0,2$, alors $P(B) = P_A(B) + P_{\overline{A}}(B) = 0,7$.

Exercice B7 : Deux épreuves indépendantes

Un joueur réussit chaque lancer franc avec la probabilité 0,7. Il tire deux lancers francs, les deux tirs étant indépendants. On note S_1 et S_2 les événements « le premier (resp. le second) lancer est réussi ».

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité de réussir les deux lancers.
3. Calculer la probabilité de réussir exactement un lancer.
4. Calculer la probabilité de réussir au moins un lancer, en passant par l'événement contraire.
5. Présenter les mêmes résultats dans un tableau à double entrée : lignes S_1 et $\overline{S_1}$, colonnes S_2 et $\overline{S_2}$, chaque case contenant la probabilité de l'intersection. Compléter les totaux des lignes et des colonnes. Que retrouve-t-on ?

Exercice B8 : Tirages sans remise

Une urne contient 4 boules rouges et 6 boules vertes. On tire successivement deux boules sans remise. On note R_1 (resp. R_2) l'événement « la première (resp. la seconde) boule est rouge ».

1. Donner $P(R_1)$ et $P_{R_1}(R_2)$.
2. Calculer $P(R_1 \cap R_2)$.
3. Calculer $P(R_2)$ à l'aide de la formule des probabilités totales.
4. Les événements R_1 et R_2 sont-ils indépendants ? Justifier.

Exercice B9 : Simulation en Python

On considère le programme suivant.

```
from random import random

def essai():
    succes = 0
    for _ in range(3):
        if random() < 0.2:
```

```
        succes = succes + 1
    return succes >= 1

def frequence(n):
    compteur = 0
    for _ in range(n):
        if essai():
            compteur = compteur + 1
    return compteur / n
```

1. Décrire l'expérience simulée par `essai()` et l'événement qu'elle teste.
2. Calculer la probabilité exacte de cet événement.
3. Pourquoi deux appels à `frequence(1000)` donnent-ils en général des valeurs différentes ?
4. Quelle ligne faut-il modifier dans `essai()` pour simuler l'événement « exactement un succès » ?
Calculer la probabilité exacte de cet événement.