

Géométrie repérée : exercices de synthèse

Trois exercices complets, au format d'un devoir :

- un **triangle** : hauteurs, orthocentre, cercle circonscrit, projeté orthogonal et tangente ;
- un **ensemble de points** équidistants de l'axe des abscisses et d'un point, et son intersection avec des droites parallèles aux axes ;
- un **problème de modélisation** avec le phare, un projeté orthogonal et un script Python.

Les corrections sont rédigées comme on l'attend d'une excellente copie :

- **vecteur normal** écrit avant chaque équation ;
- **vérification** par une troisième droite ou un point ;
- **conclusion** en une phrase.

Elles suivent le Guide de rédaction général et celui du chapitre. **Durée conseillée : 25 minutes par exercice, sur papier, sans regarder la correction.**

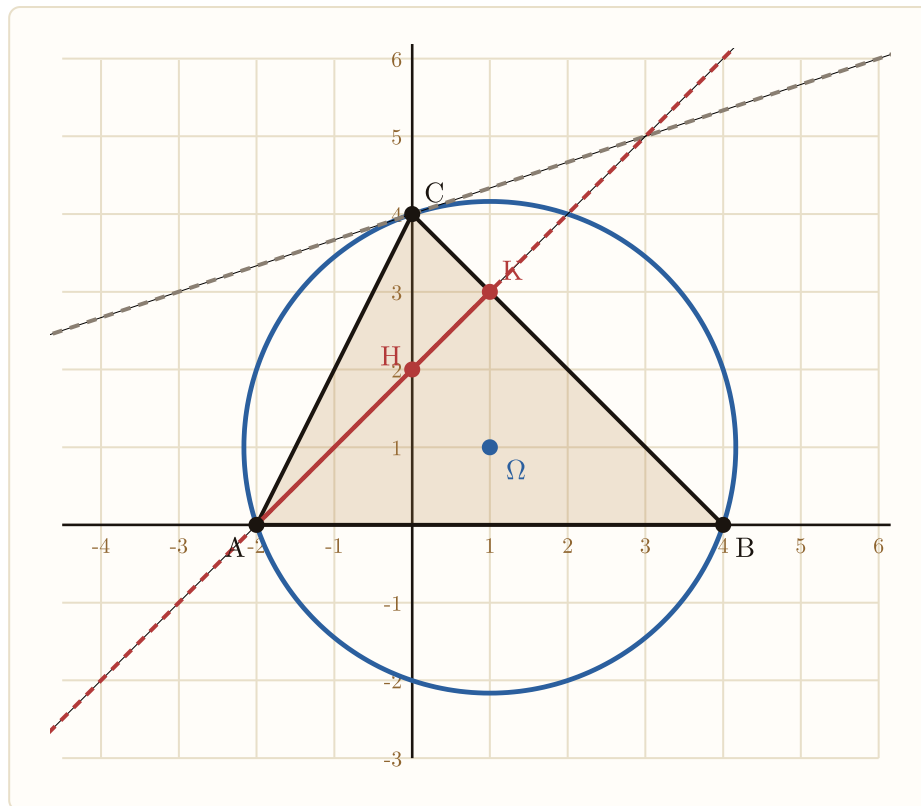
Comment t'entraîner efficacement

- Chronomètre-toi et rédige tout, comme en devoir.
- Fais une **figure** même quand l'énoncé n'en demande pas.
- Si tu bloques sur une question, écris ce que tu sais et passe à la suivante.
- À la fin de chaque exercice, ouvre « Points clés attendus ».

Exercice 1 : un triangle complet

Dans un repère orthonormé, $A(-2; 0)$, $B(4; 0)$ et $C(0; 4)$.

1. Déterminer les équations des hauteurs issues de A et de B , puis l'orthocentre H .
2. Déterminer les équations des médiatrices de $[AB]$ et de $[BC]$, puis le centre Ω et une équation du cercle circonscrit.
3. Déterminer le projeté orthogonal K de A sur la droite (BC) , puis calculer AK et l'aire du triangle ABC .
4. Déterminer l'équation de la tangente au cercle circonscrit en C .

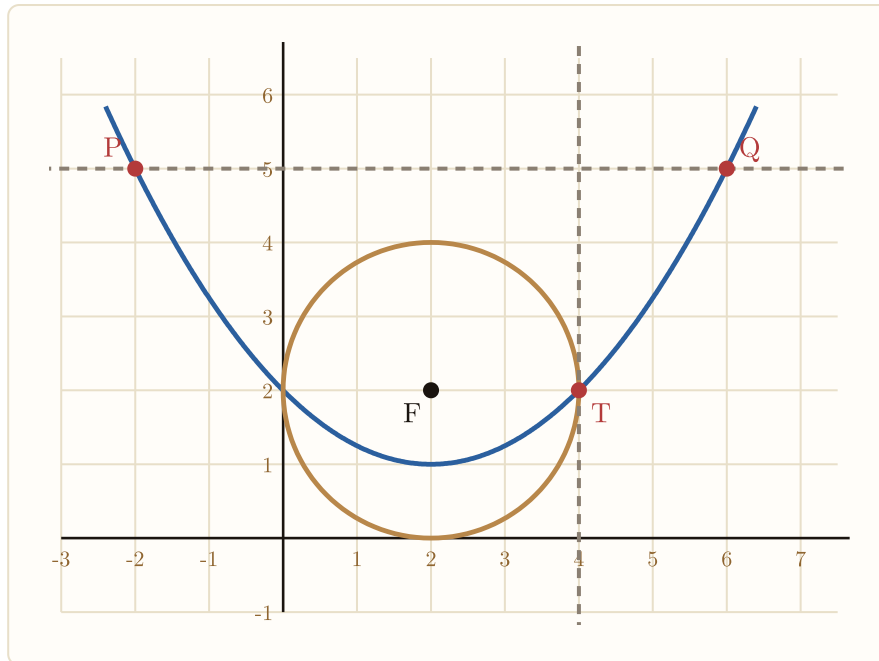


Cercle circonscrit, hauteur issue de A (rouge), projeté K de A sur (BC) et tangente en C

Exercice 2 : points équidistants d'un axe et d'un point

Dans un repère orthonormé, $F(2; 2)$. On note $\mathcal{E}$ l'ensemble des points M équidistants de l'axe des abscisses et du point F .

1. Montrer que $\mathcal{E}$ est la courbe d'équation $y = \frac{(x-2)^2}{4} + 1$.
2. Déterminer les points d'intersection de $\mathcal{E}$ avec la droite $y = 5$.
3. Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre F et de rayon 2. Déterminer son intersection avec la droite $x = 4$, puis vérifier que le point obtenu appartient à $\mathcal{E}$ et que la droite est tangente à $\mathcal{C}$.



L'ensemble E (parabole), le cercle de centre F et de rayon 2 et les droites $y = 5$ et $x = 4$

Exercice 3 : le phare, avec Python

Un phare est en $O(0; 0)$ (unité : le km) avec une portée de 5 km. Un bateau suit la droite d : $3x + 4y = 20$.

1. Déterminer le projeté orthogonal I de O sur d , puis la distance OI .
2. Soient P et Q les points de d situés à 5 km du phare. Calculer la longueur PQ du trajet éclairé.
3. Déterminer les coordonnées de P et de Q .
4. On exécute le script suivant. Prévoir l'affichage et conclure.

```
from math import sqrt

def projete(xM, yM, a, b, c):
    # projeté orthogonal de M sur la droite ax + by + c = 0
    t = -(a * xM + b * yM + c) / (a**2 + b**2)
    return round(xM + t * a, 6), round(yM + t * b, 6)

xI, yI = projete(0, 0, 3, 4, -20)
print(xI, yI, round(sqrt(xI**2 + yI**2), 6))
for (x, y) in ((0, 5), (4.8, 1.4)):
    print(x, y, round(x**2 + y**2, 6))
```