

Contrôle : chapitre 8, Géométrie repérée

Durée : 45 minutes. **Calculatrice** : autorisée. **Barème** : 20 points.

- Toute réponse doit être **justifiée**.
- La qualité de la rédaction et de la présentation est prise en compte.
- Les résultats seront encadrés ou soulignés.

Exercice 1 (6 points) : Droites remarquables d'un triangle

Le plan est muni d'un repère orthonormé. On considère les points $A(-2; 1)$, $B(4; 4)$ et $C(3; 1)$.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) . (1,5 points)
2. Déterminer une équation de la hauteur (d) issue de C dans le triangle ABC . (1,5 points)
3. Calculer les coordonnées du pied H de la hauteur issue de C . (1 point)
4. Calculer l'aire du triangle ABC . (1 point)
5. Déterminer une équation de la médiatrice (Δ) du segment $[AB]$. (1 point)

Exercice 2 (7 points) : Un cercle, une tangente et un diamètre

Le plan est muni d'un repère orthonormé. On considère l'ensemble Γ des points $M(x; y)$ vérifiant $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ et la droite d d'équation $x - 2y + 2 = 0$.

1. Montrer que Γ est un cercle dont on précisera le centre Ω et le rayon. (1,5 points)
2. Vérifier que le point $A(5; 1)$ appartient à Γ . (0,5 point)
3. Déterminer une équation de la tangente T à Γ en A . (1,5 points)
4. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de Γ et de d . On les note B et D , B étant celui d'abscisse la plus petite. (2 points)
5. Déterminer une équation du cercle Γ' de diamètre $[BD]$, puis son centre et son rayon. (1,5 points)

Exercice 3 (7 points) : Couverture radio de deux balises

Le plan est muni d'un repère orthonormé d'unité 1 km. Deux balises sont placées en $A(0; 0)$ et $B(6; 0)$. Chacune a une portée de 5 km : la zone couverte par la balise A est le disque de centre A et de rayon 5, de frontière le cercle $\mathcal{C}_A$; de même pour B et $\mathcal{C}_B$.

On considère la fonction Python suivante, qui teste si un point de coordonnées $(x; y)$ est couvert par les deux balises à la fois :

```
def dans_zone(x, y):  
    dA = x**2 + y**2  
    dB = (x - 6)**2 + y**2  
    return dA <= 25 and dB <= 25
```

1. Écrire une équation de $\mathcal{C}_A$ et une équation de $\mathcal{C}_B$. (0,5 point)
2. Déterminer les coordonnées des points d'intersection P et Q de $\mathcal{C}_A$ et $\mathcal{C}_B$, avec $y_P > 0$. (2 points)
3. Démontrer que le quadrilatère $APBQ$ est un losange. (1,5 points)
4. Un navire, situé en un point $M(x; y)$, constate que sa distance à A est le double de sa distance à B . Montrer que M appartient à un cercle dont on précisera le centre et le rayon. (2 points)
5. Un élève écrit en Python la fonction suivante (donnée ci-dessus). Sans l'exécuter, donner la valeur renvoyée par `dans_zone(3, 4)` puis par `dans_zone(0, 5)`, et interpréter chaque résultat pour un navire situé à ce point. (1 point)