

Produit scalaire : exercices de synthèse

Trois exercices complets, au format d'un devoir :

- un triangle en repère orthonormé : produits scalaires, angles, aire, **script Python** ;
- un **ensemble de points** défini avec $MA^2 + MB^2$;
- un triangle défini par ses côtés et un angle de 120° : Al-Kashi, médiane, projeté orthogonal, aire, hauteur.

Les corrections sont rédigées comme on l'attend d'une excellente copie :

- **coordonnées** des vecteurs écrites avant chaque produit scalaire ;
- **formule nommée** (Al-Kashi, Chasles avec le milieu I , projeté orthogonal) à chaque utilisation ;
- **conclusion** avec les angles arrondis et les unités.

Elles suivent le Guide de rédaction général et celui du chapitre. **Durée conseillée : 25 minutes par exercice, sur papier, sans regarder la correction.**

Comment t'entraîner efficacement

- Chronomètre-toi et rédige tout, comme en devoir.
- Fais une **figure** même quand l'énoncé n'en demande pas.
- Si tu bloques sur une question, écris ce que tu sais et passe à la suivante.
- À la fin de chaque exercice, ouvre « Points clés attendus ».

Exercice 1 : un triangle en repère orthonormé

Dans un repère orthonormé, $A(-1; 2)$, $B(3; -1)$ et $C(4; 3)$.

1. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, AB et AC .
2. En déduire $\cos \widehat{BAC}$ puis $\widehat{BAC}$ à $0,1^\circ$ près.
3. Calculer de même $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$. Vérifier que la somme des trois angles est 180° (aux arrondis près).
4. Calculer l'aire du triangle ABC de deux façons.
5. Écrire un script Python qui affiche, à partir des coordonnées, les trois angles du triangle arrondis au dixième de degré.

Exercice 2 : un ensemble de points

Soit $[AB]$ un segment de longueur 8 et I son milieu. Pour un réel k , on note $\mathcal{E}_k$ l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 + MB^2 = k$.

1. Montrer que $MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + 32$ pour tout point M (on introduira I avec la relation de Chasles).
2. Déterminer $\mathcal{E}_{40}$.
3. Déterminer $\mathcal{E}_{32}$ puis $\mathcal{E}_{20}$.
4. Pour quelles valeurs de k l'ensemble $\mathcal{E}_k$ est-il un cercle ?

Exercice 3 : un triangle avec un angle de 120°

Dans un triangle ABC , $AB = 6$, $AC = 9$ et $\widehat{BAC} = 120^\circ$. On note I le milieu de $[BC]$.

1. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
2. Calculer BC (valeur exacte, puis arrondie au centième).
3. Calculer la médiane AI .
4. Calculer l'aire du triangle et la hauteur issue de A (on utilisera le projeté orthogonal H de C sur (AB)).