

Guide de rédaction : produit scalaire

Ce guide complète le Guide de rédaction général. Il rassemble, pour le chapitre Produit scalaire, **les seize situations qui reviennent en contrôle** et, pour chacune, la rédaction modèle. Dans ce chapitre, la rédaction consiste surtout à **écrire les coordonnées avant de calculer**, à **nommer la formule** utilisée et à **conclure avec un nombre ou une description géométrique précise**.

Le principe du chapitre

Dans un exercice sur le produit scalaire, un correcteur regarde surtout **cinq choses** :

- les **coordonnées des vecteurs** écrites avant le calcul ;
- la **formule choisie** (coordonnées, normes et angle, projeté, Al-Kashi, milieu I) ;
- les **valeurs exactes** avant les valeurs approchées ;
- l'**orthogonalité** prouvée avec un produit scalaire **nul** ;
- la **conclusion** : angle, longueur, ensemble de points décrit.

1. Les seize situations et leur rédaction modèle

Situation 1 : calculer un produit scalaire avec les coordonnées

« $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ dans un repère orthonormé. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \times 1 + (-2) \times 4 = -5$. »

Situation 2 : calculer un produit scalaire avec la norme et l'angle

« $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos \theta = 3 \times 4 \times \cos 60^\circ = 6$. »

Situation 3 : calculer un produit scalaire avec le projeté orthogonal

« H est le projeté orthogonal de C sur (AB) , du même côté de A que B : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AH = 8 \times 3 = 24$. »

Si H est de l'autre côté de A , le produit vaut $-AB \times AH$.

Situation 4 : utiliser Chasles

« $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$, donc $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = AB^2$ car $(AB) \perp (BC)$. »

Situation 5 : développer un produit scalaire

« $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \|\vec{v}\|^2$. »

N'oublie pas le **double produit**.

Situation 6 : prouver un angle droit

« $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$, donc $(BA) \perp (BC)$: ABC est rectangle en B . »

Situation 7 : calculer un angle

« $\cos \widehat{BAC} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \times AC} = 0,6$, donc $\widehat{BAC} \approx 53,1^\circ$. »

Écris la **valeur exacte** avant l'arrondi.

Situation 8 : déterminer un paramètre

« $\vec{u} \perp \vec{v} \iff \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \iff 5m - 3 = 0 \iff m = \frac{3}{5}$. »

Situation 9 : décrire $\{M : \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = k\}$

« $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = 4(x - 1) = k$: c'est une droite perpendiculaire à (AB) . »

Situation 10 : décrire $\{M : \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0\}$

« I est le milieu de $[AB]$, donc $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MI^2 - \frac{AB^2}{4}$. Ce produit est nul si et seulement si $MI = \frac{AB}{2}$: M est sur le cercle de diamètre $[AB]$. »

Situation 11 : appliquer Al-Kashi

« Dans le triangle ABC , d'après la formule d'Al-Kashi : $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 AB \times AC \times \cos \hat{A} = \dots$ »

Situation 12 : trouver un angle avec trois côtés

« $\cos \hat{A} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{5}{7}$, donc $\hat{A} \approx 44,4^\circ$. »

Situation 13 : calculer la longueur d'une médiane

« I est le milieu de $[BC]$, donc $2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et $4 AI^2 = AB^2 + AC^2 + 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, avec $2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB^2 + AC^2 - BC^2$. »

Situation 14 : décrire $\{M : MA^2 + MB^2 = k\}$

« J'introduis I milieu de $[AB]$: $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}$ et $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IA}$. Donc $MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{AB^2}{2}$. On obtient $MI^2 = \dots$: cercle, point ou ensemble vide selon le signe. »

Situation 15 : calculer une aire

« H est le projeté orthogonal de C sur (AB) . $AH = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}|}{AB}$, puis $CH^2 = AC^2 - AH^2$ et aire $= \frac{1}{2} \times AB \times CH$. »

Conclus avec l'unité d'aire.

Situation 16 : retrouver les coordonnées d'un vecteur

« Dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, $\vec{u} \cdot \vec{i} = x$ et $\vec{u} \cdot \vec{j} = y$, donc $\vec{u} \begin{pmatrix} \vec{u} \cdot \vec{i} \\ \vec{u} \cdot \vec{j} \end{pmatrix}$. »

2. Les erreurs qui coûtent des points

- Répondre avec un vecteur au lieu d'un nombre.
- Oublier le double produit dans $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2$.
- Prendre deux vecteurs qui ne partent pas du même sommet.
- Utiliser $xx' + yy'$ dans un repère non orthonormé.
- Oublier le signe moins quand le projeté orthogonal est de l'autre côté de A .
- Mauvais angle dans Al-Kashi.
- Oublier la racine carrée finale.
- Utiliser les calculs du milieu I avec un point qui n'est pas le milieu.

Check-list avant de rendre la copie

- J'ai écrit les coordonnées des vecteurs.
- J'ai nommé la formule (Al-Kashi, Chasles avec I , projeté...).
- J'ai donné la valeur exacte avant l'arrondi.
- J'ai conclu « donc rectangle en B » ou « donc l'angle vaut... ».
- Mon ensemble de points est décrit (droite, cercle, point, vide).

Un correcteur qui voit « $\vec{u} \cdot \vec{v} = -5$ » avec le détail du calcul sourit. Sans le détail, il cherche le feutre rouge.