

Guide de rédaction : trigonométrie

Ce guide complète le Guide de rédaction général. Il rassemble, pour le chapitre Trigonométrie, **les quatorze situations qui reviennent en contrôle** et, pour chacune, la rédaction modèle. Dans ce chapitre, la rédaction consiste surtout à **ramener le réel à un tour**, à **nommer la symétrie utilisée** et à **justifier le signe** avec la position du point sur le cercle.

Le principe du chapitre

Dans un exercice de trigonométrie, un correcteur regarde surtout **cinq choses** :

- la **symétrie** ou la **formule** utilisée est nommée ;
- le réel est **ramené à un tour** par un calcul écrit ;
- le **signe** d'un **cos** ou d'un **sin** est justifié avec la position du point ;
- les **unités** sont respectées (radians pour $\ell = R\alpha$, cm ou m en conclusion) ;
- une **démonstration** (carré, triangle équilatéral, relation d'Archimède) s'appuie sur une figure et sur des théorèmes cités.

1. Les quatorze situations et leur rédaction modèle

Situation 1 : convertir degrés et radians

« On multiplie par $\frac{\pi}{180}$: $135^\circ = 135 \times \frac{\pi}{180} = \frac{3\pi}{4}$ rad. Dans l'autre sens, on multiplie par $\frac{180}{\pi}$: $\frac{\pi}{12} = \frac{180}{12} = 15^\circ$. »

Contrôle avec $\pi \text{ rad} = 180^\circ$.

Situation 2 : calculer une longueur d'arc ou un angle au centre

« Sur un cercle de rayon $R = 5$ cm, un angle de $\frac{2\pi}{3}$ rad intercepte un arc de longueur $\ell = R\alpha = 5 \times \frac{2\pi}{3} = \frac{10\pi}{3} \approx 10,5$ cm. »

Si l'angle est donné en degrés, **convertis d'abord** en radians. Pour trouver l'angle : $\alpha = \frac{\ell}{R}$.

Situation 3 : placer un point $M(x)$ sur le cercle trigonométrique

« $\frac{7\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + 2\pi$, donc $M\left(\frac{7\pi}{3}\right) = M\left(\frac{\pi}{3}\right)$: on fait un tour complet, puis on avance de $\frac{\pi}{3}$ dans le sens direct. Le point est dans le premier quadrant. »

Pour un réel négatif, indique le **sens indirect** et ajoute 2π si besoin.

Situation 4 : montrer que deux réels ont la même image (ou non)

« $\frac{8\pi}{3} - \left(-\frac{4\pi}{3}\right) = 4\pi = 2 \times 2\pi$: la différence est un multiple entier de 2π , donc $M\left(\frac{8\pi}{3}\right) = M\left(-\frac{4\pi}{3}\right)$. »

Pour dire que deux images sont **différentes** : « $7 - 1 = 6$ et $0 < 6 < 2\pi$, donc 6 n'est pas un multiple de 2π : $M(1) \neq M(7)$. »

Situation 5 : situer un point et donner le signe de $\cos x$ et $\sin x$

« $\frac{\pi}{2} < 2 < \pi$ (car $\frac{\pi}{2} \approx 1,57$ et $\pi \approx 3,14$) : $M(2)$ est dans le deuxième quadrant. Donc $\cos 2 < 0$ et $\sin 2 > 0$. »

Abscisse = cosinus, ordonnée = sinus : le quadrant donne les deux signes.

Situation 6 : calculer une valeur exacte avec un angle associé

« $\cos \frac{5\pi}{6} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, car $\cos(\pi - x) = -\cos x$ (symétrie par rapport à l'axe des ordonnées). »

Nomme la symétrie : c'est ce que le correcteur cherche.

Situation 7 : calculer avec un grand réel ou un réel négatif

« $-\frac{17\pi}{6} + 4\pi = \frac{7\pi}{6}$, donc $\sin\left(-\frac{17\pi}{6}\right) = \sin \frac{7\pi}{6} = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$. »

Réduis d'abord à un tour (enroulement), puis utilise une symétrie.

Situation 8 : retrouver $\sin x$ connaissant $\cos x$

« $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ donc $\sin^2 x = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$. Comme $x \in [0; \pi]$, $M(x)$ est dans le demi-plan supérieur : $\sin x \geq 0$. Donc $\sin x = \frac{4}{5}$. »

Le **signe** doit être justifié par la position de $M(x)$.

Situation 9 : simplifier une expression avec des angles associés

« $\cos(\pi - x) + \cos(\pi + x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\cos x - \cos x + \cos x = -\cos x$. »

Remplace chaque terme par sa formule, puis regroupe.

Situation 10 : utiliser cosinus et sinus dans un triangle rectangle

« Dans le triangle ABC rectangle en A , $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$. Donc $AB = BC \cos \frac{\pi}{6} = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$ cm. »

Précise toujours **de quel angle** tu parles : adjacent et opposé dépendent de l'angle.

Situation 11 : démontrer $\cos \frac{\pi}{4}$ et $\sin \frac{\pi}{4}$ (démonstration au programme)

« Soit $ABCD$ un carré de côté 1. Dans le triangle ABC rectangle isocèle en B , $AC^2 = 1 + 1 = 2$, donc $AC = \sqrt{2}$, et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{4}$. Alors $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. »

Les quatre étapes : **figure, longueur par Pythagore, angle, rapport adjacent ou opposé sur hypoténuse.**

Situation 12 : démontrer $\cos$ et $\sin$ de $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{6}$ (démonstration au programme)

« Soit ABC équilatéral de côté 2 et H le milieu de $[BC]$. (AH) est une hauteur : ABH est rectangle en H avec $BH = 1$, $AB = 2$, $AH = \sqrt{3}$ (Pythagore), $\widehat{ABH} = \frac{\pi}{3}$ et $\widehat{BAH} = \frac{\pi}{6}$. Donc $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{BH}{AB} = \frac{1}{2}$, $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{AH}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, puis $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{AH}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$. »

Situation 13 : donner les coordonnées d'un point d'un cercle de rayon R

« Le cercle de centre O et de rayon R est l'image du cercle trigonométrique par l'homothétie de centre O et de rapport R . Le point P_x a donc pour coordonnées $(R \cos x ; R \sin x)$. Avec $R = 0,35$ et $x = \frac{\pi}{6}$: $P = (0,175\sqrt{3} ; 0,175)$. »

Situation 14 : établir la relation d'Archimède et interpréter le résultat

« O et M sont sur la médiatrice de $[AB]$; H est le milieu de $[AB]$. Dans OHA rectangle en H : $OH^2 = 1 - \frac{c_n^2}{4}$. Dans AHM rectangle en H : $c_{2n}^2 = \frac{c_n^2}{4} + (1 - OH)^2 = 2 - 2OH = 2 - \sqrt{4 - c_n^2}$. »

« Chaque corde est plus courte que son arc, donc $\frac{n c_n}{2} < \pi$: on obtient un **minorant** de π . »

2. Les erreurs qui coûtent des points

- Se tromper de signe sur un $\cos$ ou un $\sin$.
- Échanger $\cos \frac{\pi}{6}$ et $\sin \frac{\pi}{6}$ (ou $\frac{\pi}{3}$).
- Utiliser $\ell = R\alpha$ avec un angle en degrés.
- Calculer avec la calculatrice en degrés.

- Oublier de choisir le signe après $\sin^2 x = \dots$.
- Écrire $\cos(2x) = 2 \cos x$ ou $\cos^2 x = \cos(x^2)$.
- Conclure sans phrase ni unité.

Check-list avant de rendre la copie

- J'ai **dessiné le cercle** et placé mes points.
- J'ai **ramené** chaque réel à un tour avec un calcul écrit.
- J'ai **nommé** chaque symétrie ou formule.
- J'ai **justifié** chaque signe par un quadrant.
- Ma calculatrice est en **radians**.
- J'ai donné une **valeur exacte** avant la valeur approchée, avec l'**unité**.

Un cercle trigonométrique dessiné à la main avec trois points bien placés vaut mieux que dix lignes de calculs hasardeux.