

Guide de rédaction : fonction exponentielle

Ce guide complète le Guide de rédaction général.

Il rassemble, pour le chapitre Fonction exponentielle, les **quinze situations qui reviennent en contrôle** et, pour chacune, la rédaction modèle.

Dans ce chapitre, la rédaction consiste surtout à **écrire $e^x > 0$ quand il justifie un signe, à nommer la règle utilisée et à rejeter les valeurs impossibles**.

Le principe du chapitre

Dans un exercice avec exponentielle, un correcteur regarde surtout **cinq choses** :

- la **règle de calcul** nommée à chaque étape ;
- la phrase « **pour tout réel x , $e^x > 0$** » quand un signe est justifié ;
- la dérivée **factorisée par l'exponentielle** ;
- la **stricte croissance** citée pour comparer des exponentielles ;
- la **conclusion** : une phrase, avec l'unité en contexte.

1. Les quinze situations et leur rédaction modèle

Situation 1 : simplifier une expression

« $e^{2x+1} \times e^{-x} = e^{2x+1-x} = e^{x+1}$ car $e^a \times e^b = e^{a+b}$. »

Une règle, une ligne.

Situation 2 : démontrer une identité avec e^{-x}

« On multiplie le numérateur et le dénominateur par e^x , qui est non nul : $\frac{1}{1+e^{-x}} = \frac{e^x}{e^x+1}$. »

Situation 3 : justifier un signe

« Pour tout réel x , $e^x > 0$. Donc $f(x)$ a le signe de $x - 1$. »

Cette phrase doit **toujours** apparaître.

Situation 4 : dériver e^{at} ou e^{ax+b}

« f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $(e^{at})' = a e^{at}$. Pour e^{ax+b} , on écrit $e^{ax+b} = e^b \times e^{ax}$, donc $f'(x) = a e^{ax+b}$. »

N'oublie pas le facteur a .

Situation 5 : dériver un produit

« $f = uv$ avec $u(x) = x + 1$ et $v(x) = e^x$. $f' = u'v + uv' = e^x + (x + 1)e^x = (x + 2)e^x$. »

Situation 6 : dériver un quotient

« $g = \frac{u}{v}$ avec $v(x) = e^x + 1 > 0$. $g' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$. »

Vérifie que le dénominateur ne s'annule pas.

Situation 7 : étudier le signe d'une dérivée

« $f'(x) = (x - 1)e^x$. Pour tout réel x , $e^x > 0$: $f'(x)$ a le signe de $x - 1$. Donc $f'(x) < 0$ si $x < 1$ et $f'(x) > 0$ si $x > 1$. »

Situation 8 : dresser un tableau de variations

« D'où le tableau, avec $f(1) = -e$. f est strictement décroissante sur $] -\infty ; 1]$ et strictement croissante sur $[1 ; +\infty[$. »

Écris les **images**.

Situation 9 : résoudre $e^{f(x)} = e^{g(x)}$

« La fonction exponentielle est strictement croissante, donc $e^{2x} = e^{x+3} \iff 2x = x + 3 \iff x = 3$. »

Situation 10 : résoudre une inéquation

« $e^{2x+1} \geq e^3 \iff 2x + 1 \geq 3$ car **exp** est strictement croissante. »

Situation 11 : poser $X = e^x$

« On pose $X = e^x$, avec $X > 0$. L'équation devient $X^2 + X - 2 = 0$. Les racines sont -2 et 1 . $-2 < 0$ est rejetée. $e^x = 1$ donne $x = 0$. »

Rejette les racines ≤ 0 .

Situation 12 : montrer qu'il n'y a pas de solution

« Pour tout réel x , $e^x > 0$. Donc $e^x = -3$ n'a aucune solution. »

Situation 13 : démontrer $e^x \geq x + 1$

« Soit $h(x) = e^x - x - 1$. $h'(x) = e^x - 1$. $h'(x) < 0$ si $x < 0$ et $h'(x) > 0$ si $x > 0$. h est minimale en 0 avec $h(0) = 0$. Donc $h(x) \geq 0$. »

Situation 14 : reconnaître une suite géométrique

« $u_{n+1} = e^{3(n+1)+1} = e^{3n+1} \times e^3 = e^3 u_n$. (u_n) est géométrique de raison e^3 . »

Situation 15 : conclure un problème de modélisation

« La concentration est maximale 2 heures après l'injection et vaut environ 3,68 mg/L. »

Une phrase, une **unité**.

2. Les erreurs qui coûtent des points

- $e^{a+b} = e^a + e^b$: faux. C'est $e^a \times e^b$.
- $(e^{2x})' = e^{2x}$: faux. C'est $2e^{2x}$.
- Oublier $e^x > 0$: le signe n'est alors pas justifié.
- Garder une racine négative après $X = e^x$.
- Résoudre $e^{x^2} = e^4$ et oublier $x = -2$.
- Conclure sans unité dans un problème de modélisation.

Check-list avant de rendre la copie

- J'ai écrit $e^x > 0$ chaque fois que j'ai justifié un signe.
- J'ai **factorisé** la dérivée par l'exponentielle.
- J'ai **cité la croissance** de l'exponentielle pour comparer des exposants.
- J'ai **rejeté** les valeurs $X \leq 0$ après un changement de variable.
- Dans un problème, j'ai conclu avec une **phrase** et une **unité**.

Une copie sans « $e^x > 0$ », c'est une recette de gâteau sans le mot « four » : tout le monde comprend, mais personne ne met de bonne note.