

Fonction exponentielle**Fiche Bases**

Nom : _____

Date : _____

Exercice B1 : Calculer avec des exponentiellesSimplifier chaque expression, pour tout réel x :

1. $A(x) = e^{3x} \times e^{-x+2}$;
2. $B(x) = \frac{e^{2x+1}}{e^{x-3}}$;
3. $C(x) = (e^{-x})^3 \times e^x$;
4. $D(x) = e^x (e^{-x} + 2)$;
5. $E(x) = (e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2$;
6. $F(x) = \frac{e^{2x} - 1}{e^x + 1}$.

Exercice B2 : Vrai ou faux ?

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse et justifier (par une règle du cours ou un contre-exemple).

1. Pour tous réels a et b : $e^{a+b} = e^a + e^b$.
2. Pour tout réel x : $e^{-x} > 0$.
3. Pour tout réel x : $e^{2x} = 2e^x$.
4. L'équation $e^x = 0$ admet une solution dans $\mathbb{R}$.
5. La fonction $x \mapsto e^{-x}$ est croissante sur $\mathbb{R}$.
6. $\frac{e^3}{e^5} = e^{-2}$.
7. La tangente à la courbe de la fonction exponentielle au point d'abscisse 0 a pour équation $y = x + 1$.

Exercice B3 : Dériver e^{ax+b} Donner la dérivée de chaque fonction sur $\mathbb{R}$:

1. $f_1(x) = e^{3x}$;
2. $f_2(x) = e^{-2x+1}$;
3. $f_3(x) = 5e^{x/2}$;
4. $f_4(x) = e^x + x^2$;
5. $f_5(x) = 4 - 3e^{-x}$;
6. $f_6(x) = 2e^{-3x} + e^{2x}$.

Exercice B4 : Produits et quotientsCalculer la dérivée de chaque fonction sur $\mathbb{R}$ puis la mettre sous forme factorisée :

1. $f(x) = (2x - 1)e^x$;
2. $g(x) = x^2 e^{-x}$;
3. $h(x) = \frac{e^x}{x^2 + 1}$;
4. $k(x) = (x + 3)e^{2x}$.

Exercice B5 : Équations et inéquationsRésoudre dans $\mathbb{R}$:

1. $e^{2x} = e^{x+3}$;
2. $e^{3x-1} = 1$;
3. $e^x \times e^{x-1} = e^5$;
4. $e^{x^2} = e^4$;
5. $e^{-x} < e^2$;

6. $e^{2x+1} \geq e^3$;
7. $e^x > -5$;
8. $e^x = -2$.

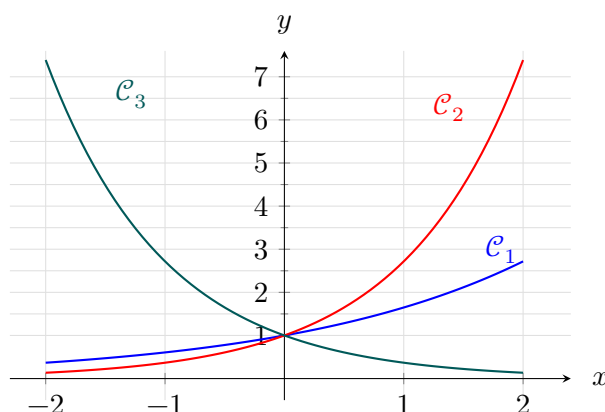
Exercice B6 : Variations d'une fonction

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-1)e^x$.

1. Montrer que $f'(x) = xe^x$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ en justifiant, puis dresser le tableau de variations de f (sans les limites en $\pm\infty$).
3. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0, puis au point d'abscisse 1.

Exercice B7 : Lecture graphique

On a représenté ci-dessous trois courbes $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$, $\mathcal{C}_3$. Elles sont les courbes représentatives des fonctions $f(x) = e^x$, $g(x) = e^{-x}$ et $h(x) = e^{x/2}$, dans un ordre à déterminer.



1. Associer chaque courbe à sa fonction en justifiant (position par rapport à l'axe des abscisses, sens de variation, comparaison pour $x > 0$).
2. Par lecture graphique, donner une valeur approchée de e à 0,1 près, puis une valeur approchée de la solution de l'équation $e^x = 2$.
3. Lire sur le graphique l'ensemble des réels x tels que $e^{-x} < e^{x/2}$, puis le retrouver par le calcul.
4. Les trois courbes passent par le point $A(0; 1)$. Donner l'équation de la tangente en A à chacune d'elles.

Exercice B8 : Suites et exponentielle

Pour chaque suite, montrer qu'elle est géométrique, donner sa raison et son premier terme u_0 , puis préciser si elle est croissante ou décroissante :

1. $u_n = e^{2n}$;
2. $v_n = e^{-0,5n+1}$;
3. $w_n = 3e^{0,2n}$.

Calculer ensuite la valeur exacte de u_3 et celle de v_2 .

Exercice B9 : Un seuil avec Python

Le nombre de bactéries d'une culture, t heures après le début de l'expérience, est modélisé par $N(t) = 200e^{0,3t}$.

1. Calculer $N(0)$, puis $N(5)$ et $N(6)$ arrondis à l'unité.
2. On considère le script ci-dessous. Quelle valeur affiche-t-il ? Interpréter cette valeur dans le contexte.

```
from math import exp
```

```

t = 0
while 200 * exp(0.3 * t) <= 1000:
    t = t + 1
print(t)

```

3. On remplace 1000 par 3000 dans le script. Quelle valeur est alors affichée? Justifier avec deux calculs de $N(t)$.

Exercice B10 : Représenter une fonction $x \mapsto e^{-kx}$

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{-0,5x}$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. Calculer $f'(x)$ et en déduire le sens de variation de f .
2. Déterminer l'équation de la tangente T à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.
3. Recopier et compléter le tableau de valeurs (arrondir au centième).

x	-2	-1	0	1	2	4
$f(x)$						

4. Tracer T et $\mathcal{C}$ sur l'intervalle $[-2; 4]$ (unité : 2 cm sur l'axe des abscisses, 1 cm sur l'axe des ordonnées).
5. Sans calcul, comment obtenir la courbe de $x \mapsto e^{0,5x}$ à partir de $\mathcal{C}$?