

Fiche 3 : études de fonctions complètes

Neuf exercices pour mener une étude de fonction complète :

- un polynôme de degré **3** : tableau, factorisation, tangente, lecture du nombre de solutions de $f(x) = k$;
- un quotient : variations, minimum, **position** par rapport à une droite ;
- des **paramètres** déterminés par une tangente ou un extremum ;
- une fonction rationnelle : variations, tangente, équation $f(x) = 2$;
- le **signe** d'un polynôme de degré **3** ;
- une **inégalité** démontrée par les variations ;
- position relative de deux courbes et première approche de la méthode de **Newton** ;
- l'étude d'une fonction **paire** ;
- la méthode de **Newton** en Python, cas favorable et cas défavorable.

Toutes les corrections sont rédigées comme on l'attend d'une bonne copie :

- le **domaine** et la dérivabilité sont justifiés ;
- la dérivée est **factorisée** et son signe **justifié** ;
- le tableau contient les **images** ;
- chaque question se termine par une **conclusion**.

Le plan d'une étude de fonction

1. **Domaine** et dérivabilité.
2. **Dérivée** factorisée.
3. **Signe** de la dérivée.
4. **Tableau** de variations avec les images.
5. **Exploitation** : extremums, tangente, position, solutions de $f(x) = k$.

« Pour la position de $\mathcal{C}_f$ et d'une droite d , j'étudie le signe de la différence $f(x) - (ax + b)$, que je **factorise**. »

Les pièges classiques

- Compter les solutions de $f(x) = k$ sans regarder chaque intervalle du tableau.
- Étudier la position en comparant seulement quelques points : il faut le signe de la différence pour tout x .
- Oublier un point de tangence : la courbe peut **toucher** une droite sans la traverser.
- Donner l'équation d'une tangente sans le terme $+f(a)$.

Compter les solutions sans le tableau, c'est compter les marches d'un escalier sans regarder s'il monte ou descend.

Exercice 1 (★★) : un polynôme et ses solutions

Soit $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ sur $[-1; 4]$.

1. Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f .
2. Vérifier que $f(x) = (x+1)(x-2)^2$ et résoudre $f(x) = 0$.
3. Donner l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 1.
4. Combien l'équation $f(x) = 4$ a-t-elle de solutions ? Les déterminer.

Correction de l'exercice 1

Question 1

$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$: f' est négative entre 0 et 2, positive à l'extérieur.

$f(-1) = -1 - 3 + 4 = 0$, $f(0) = 4$, $f(2) = 8 - 12 + 4 = 0$, $f(4) = 64 - 48 + 4 = 20$.

x	-1		0		2		4
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	0	↗	4	↘	0	↗	20

f est croissante sur $[-1; 0]$, décroissante sur $[0; 2]$, croissante sur $[2; 4]$.

Question 2

$(x+1)(x-2)^2 = (x+1)(x^2 - 4x + 4) = x^3 - 4x^2 + 4x + x^2 - 4x + 4 = x^3 - 3x^2 + 4 = f(x)$.

Un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul : $x+1=0$ ou $x-2=0$.

$f(x) = 0 \iff x = -1$ ou $x = 2$.

Question 3

$f(1) = 1 - 3 + 4 = 2$ et $f'(1) = 3 \times 1 \times (1-2) = -3$.

$$y = f'(1)(x - 1) + f(1) = -3(x - 1) + 2$$

La tangente a pour équation $y = -3x + 5$.

Question 4

Sur $[-1; 0]$, f croît de 0 à 4 : la valeur 4 est atteinte en $x = 0$.

Sur $[0; 2]$, f décroît de 4 à 0 : elle n'atteint 4 qu'en $x = 0$.

Sur $[2; 4]$, f croît de 0 à 20 : elle atteint 4 une fois.

L'équation $f(x) = 4$ a 2 solutions.

$$\text{Calcul : } f(x) = 4 \iff x^3 - 3x^2 = 0 \iff x^2(x - 3) = 0.$$

$$S = \{0; 3\}$$

Exercice 2 (★★) : un quotient et sa position

Soit $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 1}$ sur $\mathbb{R}$.

1. Montrer que $f'(x) = \frac{10x}{(x^2 + 1)^2}$ et dresser le tableau de variations de f .
2. Quel est le minimum de f ? Résoudre $f(x) = 0$.
3. Montrer que $f(x) - 1 = \frac{-5}{x^2 + 1}$ et en déduire la position de la courbe par rapport à la droite d'équation $y = 1$.

Correction de l'exercice 2

Question 1

$u(x) = x^2 - 4$, $u'(x) = 2x$, $v(x) = x^2 + 1$, $v'(x) = 2x$, et $v > 0$ sur $\mathbb{R}$.

$$f'(x) = \frac{2x(x^2 + 1) - (x^2 - 4) \times 2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{2x^3 + 2x - 2x^3 + 8x}{(x^2 + 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{10x}{(x^2 + 1)^2}$$

Le dénominateur est strictement positif : f' est du signe de x . De plus $f(0) = -4$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$		$\searrow$	-4	$\nearrow$	

f est strictement décroissante sur $] -\infty; 0]$ et strictement croissante sur $[0; +\infty[$.

Question 2

Le minimum de f est -4 , atteint en $x = 0$.

$$f(x) = 0 \iff x^2 - 4 = 0 \text{ (le dénominateur ne s'annule jamais)} \iff x = -2 \text{ ou } x = 2.$$

$$S = \{-2; 2\}$$

Question 3

$$f(x) - 1 = \frac{x^2 - 4 - (x^2 + 1)}{x^2 + 1} = \frac{-5}{x^2 + 1}.$$

Pour tout réel x , $x^2 + 1 > 0$, donc $f(x) - 1 < 0$.

La courbe est strictement en dessous de la droite $y = 1$ sur $\mathbb{R}$: elles n'ont aucun point commun.

Exercice 3 (★★★) : retrouver des paramètres

On cherche les réels a et b tels que la fonction $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ admette, en $x = 2$, un minimum local égal à -4 .

1. Écrire deux équations vérifiées par a et b , puis déterminer a et b .
2. Avec ces valeurs, dresser le tableau de variations de f sur $[-1; 3]$ et vérifier qu'il y a bien un minimum local en 2.
3. Combien l'équation $f(x) = -4$ a-t-elle de solutions dans $[-1; 3]$? Les déterminer.

Correction de l'exercice 3

Question 1

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b. \text{ Un extremum local en } 2 \text{ impose } f'(2) = 0 : 12 + 4a + b = 0.$$

$$\text{Et } f(2) = -4 : 8 + 4a + 2b = -4, \text{ soit } 4a + 2b = -12 \text{ ou } 2a + b = -6.$$

De la première équation, $b = -12 - 4a$. En remplaçant : $2a - 12 - 4a = -6$, donc $-2a = 6$ et $a = -3$. Puis $b = -12 + 12 = 0$.

$$a = -3 \text{ et } b = 0, \text{ soit } f(x) = x^3 - 3x^2.$$

Question 2

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2) : \text{ négative entre } 0 \text{ et } 2, \text{ positive à l'extérieur.}$$

$$f(-1) = -1 - 3 = -4, f(0) = 0, f(2) = 8 - 12 = -4, f(3) = 27 - 27 = 0.$$

x	-1		0		2		3
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	-4	↗	0	↘	-4	↗	0

En $x = 2$, f' passe de $-$ à $+$: $f(2) = -4$ est bien un minimum local.

Question 3

$$f(x) = -4 \iff x^3 - 3x^2 + 4 = 0 \iff (x+1)(x-2)^2 = 0 \text{ (factorisation de l'exercice 1).}$$

L'équation a 2 solutions : $x = -1$ et $x = 2$.

Cohérent avec le tableau : -4 est atteint en $x = -1$ (borne) et au minimum local en $x = 2$.

Exercice 4 (★★★) : une fonction rationnelle

Soit $f(x) = x + \frac{1}{x+1}$ sur $] -1; +\infty[$.

1. Montrer que $f'(x) = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$ et dresser le tableau de variations de f .
2. Donner l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 0.
3. Étudier la position de la courbe par rapport à la droite d'équation $y = x$.
4. Résoudre l'équation $f(x) = 2$.

Correction de l'exercice 4

Question 1

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{(x+1)^2 - 1}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}.$$

$$f'(x) = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$$

Sur $] -1; +\infty[$, $x+2 > 0$ et $(x+1)^2 > 0$: f' est du signe de x . De plus $f(0) = 0 + 1 = 1$.

x	-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$		↘	1	↗	

f est strictement décroissante sur $] -1; 0]$ et strictement croissante sur $[0; +\infty[$.

Question 2

$f(0) = 1$ et $f'(0) = 0$: la tangente est horizontale.

$$y = 1$$

Question 3

$$f(x) - x = \frac{1}{x+1}. \text{ Sur }]-1; +\infty[, x+1 > 0, \text{ donc } f(x) - x > 0.$$

La courbe est strictement au-dessus de la droite $y = x$ sur $] - 1 ; +\infty[$.

Question 4

$$f(x) = 2 \iff x + \frac{1}{x+1} = 2 \iff x(x+1) + 1 = 2(x+1) \iff x^2 - x - 1 = 0.$$

$$\text{Le discriminant vaut } 1 + 4 = 5, \text{ donc } x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \approx -0,62 \text{ ou } x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1,62.$$

Les deux valeurs sont supérieures à -1 : elles appartiennent à l'intervalle d'étude.

$$S = \left\{ \frac{1 - \sqrt{5}}{2}; \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right\}$$

Exercice 5 (★★★) : le signe d'un polynôme de degré 3

Soit $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ sur $[0; 5]$.

1. Dresser le tableau de variations de f .
2. Vérifier que $f(x) = (x - 2)(x^2 - 4x + 1)$ et résoudre $f(x) = 0$.
3. En déduire le signe de $f(x)$ sur $[0; 5]$ et résoudre $f(x) \geq 0$.

Correction de l'exercice 5

Question 1

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x^2 - 4x + 3) = 3(x - 1)(x - 3)$: négative entre 1 et 3, positive à l'extérieur.

$$f(0) = -2, f(1) = 1 - 6 + 9 - 2 = 2, f(3) = 27 - 54 + 27 - 2 = -2, f(5) = 125 - 150 + 45 - 2 = 18.$$

x	0		1		3		5
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	-2	↗	2	↘	-2	↗	18

f est croissante sur $[0; 1]$, décroissante sur $[1; 3]$, croissante sur $[3; 5]$.

Question 2

$$(x - 2)(x^2 - 4x + 1) = x^3 - 4x^2 + x - 2x^2 + 8x - 2 = x^3 - 6x^2 + 9x - 2 = f(x).$$

$f(x) = 0 \iff x = 2$ ou $x^2 - 4x + 1 = 0$. Le discriminant vaut $16 - 4 = 12$, donc $x = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$.

$$S = \{2 - \sqrt{3}; 2; 2 + \sqrt{3}\}$$

Les trois valeurs sont dans $[0; 5]$ ($2 - \sqrt{3} \approx 0,27$ et $2 + \sqrt{3} \approx 3,73$), ce qui est cohérent avec le tableau : sur chaque intervalle de monotonie, f passe par 0 (de -2 à 2 , de 2 à -2 , puis de -2 à 18).

Question 3

Le facteur $x^2 - 4x + 1$ a pour racines $2 - \sqrt{3}$ et $2 + \sqrt{3}$ et un coefficient $a = 1 > 0$: il est positif à l'extérieur, négatif entre elles.

x	0		$2 - \sqrt{3}$		2		$2 + \sqrt{3}$		5
$x - 2$		−	−	−	0	+	+	+	
$x^2 - 4x + 1$		+	0	−	−	−	0	+	
$f(x)$		−	0	+	0	−	0	+	

$$f(x) \geq 0 \iff x \in [2 - \sqrt{3}; 2] \cup [2 + \sqrt{3}; 5].$$

Exercice 6 (★★) : une inégalité

Soit $g(x) = x^3 - 3x + 2$ sur $[0; +\infty[$.

1. Calculer $g'(x)$, la factoriser et dresser le tableau de variations de g .
2. En déduire que, pour tout $x \geq 0$, $x^3 \geq 3x - 2$. Quand y a-t-il égalité ?

Correction de l'exercice 6

Question 1

$g'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x - 1)(x + 1)$. Sur $[0; +\infty[$, $x + 1 > 0$: g' est du signe de $x - 1$. De plus $g(1) = 1 - 3 + 2 = 0$.

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$		−	0	+	
$g(x)$	2	↘	0	↗	

g est strictement décroissante sur $[0; 1]$ et strictement croissante sur $[1; +\infty[$.

Question 2

Le minimum de g sur $[0; +\infty[$ est $g(1) = 0$: pour tout $x \geq 0$, $g(x) \geq 0$, c'est-à-dire $x^3 - 3x + 2 \geq 0$.

Pour tout $x \geq 0$, $x^3 \geq 3x - 2$.

L'égalité n'a lieu que si $g(x) = 0$, c'est-à-dire en $x = 1$ (seul point où le minimum est atteint).

Vérification : $g(x) = (x - 1)^2(x + 2)$, qui est nul seulement en $x = 1$ sur $[0; +\infty[$.

Exercice 7 (★★) : position relative et Newton

Soient $f(x) = x^2 - x + 1$ et $g(x) = 2x - 1$.

1. Étudier la position relative de $\mathcal{C}_f$ et de $\mathcal{C}_g$.
2. Appliquer la méthode de Newton à $h(x) = x^2 - 5$ avec $x_0 = 3$: calculer x_1 et x_2 .
3. Donner une valeur approchée de $\sqrt{5}$ au millième.

Correction de l'exercice 7

Question 1

$$f(x) - g(x) = x^2 - x + 1 - 2x + 1 = x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2).$$

Ce trinôme est positif à l'extérieur des racines et négatif entre elles.

$\mathcal{C}_f$ est au-dessus de $\mathcal{C}_g$ sur $] -\infty; 1[\cup]2; +\infty[$, au-dessous sur $]1; 2[$, et les courbes se coupent en $(1; 1)$ et $(2; 3)$.

Question 2

$$h'(x) = 2x \text{ donc } x_{n+1} = x_n - \frac{x_n^2 - 5}{2x_n}.$$

$$x_1 = 3 - \frac{9 - 5}{6} = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3} \approx 2,333.$$

$$x_2 = \frac{7}{3} - \frac{\frac{49}{9} - 5}{\frac{14}{3}} = \frac{7}{3} - \frac{4/9}{14/3} = \frac{7}{3} - \frac{2}{21} = \frac{47}{21} \approx 2,238.$$

$$x_1 = \frac{7}{3} \text{ et } x_2 = \frac{47}{21}.$$

Question 3

$x_2 = \frac{47}{21} \approx 2,2381$ n'est pas encore assez précis : l'écart avec $\sqrt{5} \approx 2,23607$ vaut environ 0,002.

$$\text{Un terme de plus : } x_3 = x_2 - \frac{x_2^2 - 5}{2x_2} = \frac{2207}{987} \approx 2,236069.$$

Vérification : $2,236^2 = 4,999696 < 5 < 5,00014321 = 2,2361^2$, donc $2,236 < \sqrt{5} < 2,2361$.

$$\sqrt{5} \approx 2,236.$$

Exercice 8 (★★★) : une fonction paire

Soit $f(x) = x^4 - 2x^2$ sur $[-3; 3]$.

1. Montrer que f est paire. Que peut-on dire de $\mathcal{C}_f$?
2. Calculer $f'(x)$, la factoriser, et dresser le tableau de variations de f sur $[0; 3]$.
3. En déduire le tableau de variations de f sur $[-3; 3]$ et les extremums de f .
4. Montrer que $f(x) + 1 = (x^2 - 1)^2$ et étudier la position relative de $\mathcal{C}_f$ et de la droite $d : y = -1$.
5. Résoudre $f(x) = 0$.

Correction de l'exercice 8

Question 1

L'intervalle $[-3; 3]$ est symétrique par rapport à 0 et $f(-x) = (-x)^4 - 2(-x)^2 = x^4 - 2x^2 = f(x)$.

f est paire : $\mathcal{C}_f$ est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Question 2

$f'(x) = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1) = 4x(x - 1)(x + 1)$. Sur $]0; 3]$, $x > 0$ et $x + 1 > 0$: f' est du signe de $x - 1$. $f(0) = 0$, $f(1) = -1$, $f(3) = 81 - 18 = 63$.

x	0		1		3
$f'(x)$		−	0	+	
f	0	↘	−1	↗	63

f est décroissante sur $[0; 1]$ et croissante sur $[1; 3]$.

Question 3

f étant paire, les variations sur $[-3; 0]$ sont contraires : f décroît sur $[-3; -1]$ puis croît sur $[-1; 0]$, avec $f(-3) = 63$ et $f(-1) = -1$.

x	−3		−1		0		1		3
$f'(x)$		−	0	+	0	−	0	+	
f	63	↘	−1	↗	0	↘	−1	↗	63

Le minimum de f est -1 (en $x = -1$ et en $x = 1$) et son maximum est 63 (en $x = -3$ et en $x = 3$) ; $f(0) = 0$ est un maximum local.

Question 4

$(x^2 - 1)^2 = x^4 - 2x^2 + 1 = f(x) + 1$. Un carré est positif ou nul : $f(x) + 1 \geq 0$, nul seulement pour $x = \pm 1$.

$\mathcal{C}_f$ est au-dessus de d sur $[-3; 3]$ et touche d aux points $(-1; -1)$ et $(1; -1)$, où d est la tangente (minimum, $f' = 0$).

Question 5

$$f(x) = x^2(x^2 - 2) = 0 \iff x = 0 \text{ ou } x^2 = 2.$$

$$S = \{-\sqrt{2}; 0; \sqrt{2}\}.$$

Exercice 9 (★★★) : la méthode de Newton avec Python

1. Soit $f(x) = x^2 - 3$ sur $]0; +\infty[$. Montrer que la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $a > 0$ coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse $\frac{a^2 + 3}{2a}$.
2. On pose $x_0 = 2$ et $x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 3}{2x_n}$. Calculer x_1 et x_2 (fractions, puis valeurs approchées).
3. Écrire une fonction Python `newton(f, df, x0, n)` qui renvoie la liste $[x_0, x_1, \dots, x_n]$, puis une fonction `newton_seuil(f, df, x0, eps)` qui s'arrête dès que $|f(x)| \leq \varepsilon$ et renvoie x et le nombre d'étapes.
4. Pour $g(x) = x^3 - 2x + 2$ et $x_0 = 0$, calculer x_1, x_2, x_3 . Commenter.

Correction de l'exercice 9

Question 1

La tangente en a a pour équation $y = f(a) + f'(a)(x - a) = a^2 - 3 + 2a(x - a)$. Elle coupe l'axe des abscisses si $a^2 - 3 + 2a(x - a) = 0$, soit $x = a - \frac{a^2 - 3}{2a}$.

$$x = \frac{2a^2 - a^2 + 3}{2a} = \frac{a^2 + 3}{2a}.$$

Question 2

$$x_1 = \frac{4 + 3}{4} = \frac{7}{4} = 1,75 \text{ et } x_2 = \frac{\frac{49}{16} + 3}{\frac{7}{2}} = \frac{97}{56} \approx 1,73214.$$

$$x_1 = \frac{7}{4} \text{ et } x_2 = \frac{97}{56}; \text{ on a } \sqrt{3} \approx 1,73205.$$

Question 3

```
def newton(f, df, x0, n):
    termes = [x0]
    for _ in range(n):
        x = termes[-1]
        termes.append(x - f(x) / df(x))
    return termes

def newton_seuil(f, df, x0, eps):
    x = x0
    etapes = 0
    while abs(f(x)) > eps:
        x = x - f(x) / df(x)
        etapes = etapes + 1
    return x, etapes

f = lambda x: x**2 - 3
df = lambda x: 2 * x
print(newton(f, df, 2, 4))
print(newton_seuil(f, df, 2, 1e-10))
```

Le premier appel affiche `[2, 1.75, 1.7321428571428572, 1.7320508100147276, 1.7320508075688772]`, le second `(1.7320508075688772, 4)` : quatre étapes suffisent.

Les termes se stabilisent sur $\sqrt{3} \approx 1,7320508$: cas favorable.

Question 4

$$g'(x) = 3x^2 - 2. \quad x_1 = 0 - \frac{g(0)}{g'(0)} = 0 - \frac{2}{-2} = 1, \text{ puis } x_2 = 1 - \frac{g(1)}{g'(1)} = 1 - \frac{1}{1} = 0, \text{ puis } x_3 = 1$$

.

Les termes valent `0, 1, 0, 1, ...` : la méthode ne converge pas. Ce n'est pas un cas favorable : $x_0 = 0$ est loin de la solution de $g(x) = 0$ (environ `-1,77`).

Ce qui peut tomber en contrôle

- Une **étude complète** avec tableau, tangente et lecture du tableau (exercices 1 et 4).
- La **position** d'une courbe par rapport à une droite ou à une autre courbe, par le signe d'une différence factorisée (exercices 2, 4 et 7).
- Des **paramètres** déterminés par une condition sur un extremum (exercice 3).
- Le **signe** d'un polynôme de degré 3 (exercice 5) et une **inégalité** par les variations (exercice 6).
- Une fonction **paire** : étude sur $[0; +\infty[$ puis symétrie (exercice 8).
- La **méthode de Newton**, à la main et avec Python (exercices 7 et 9).

QCM : une seule bonne réponse par question

1. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ sur $[-1; 4]$ a pour tableau $0 \nearrow 4 \searrow 0 \nearrow 20$. Le maximum de f sur $[-1; 4]$ est :

- A. 4
- B. 20 (bonne réponse)
- C. 0
- D. -1

Justification : La valeur à la borne 4 vaut $f(4) = 20$, supérieure au maximum local 4 : le maximum sur l'intervalle est 20.

2. Pour démontrer que $f(x) \geq 2$ pour tout $x > 0$, on peut :

- A. calculer $f(1)$ seulement
- B. montrer que le minimum de f sur $]0; +\infty[$ est au moins 2 (bonne réponse)
- C. montrer que $f'(x) > 0$
- D. calculer $f(0)$

Justification : Si le minimum de f est supérieur ou égal à 2, alors $f(x) \geq 2$ pour tout x .

3. Si $f(x) - g(x) < 0$ pour tout x de I , alors sur I :

- A. $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de $\mathcal{C}_g$
- B. $\mathcal{C}_f$ est en dessous de $\mathcal{C}_g$ (bonne réponse)
- C. les courbes se coupent
- D. f est décroissante

Justification : $f(x) < g(x)$: la courbe de f est strictement en dessous de celle de g .

4. Pour $f(x) = x + \frac{1}{x+1}$ sur $] -1; +\infty[$, la tangente en 0 a pour équation :

- A. $y = 1$ (bonne réponse)
- B. $y = x$
- C. $y = 0$
- D. $y = x + 1$

Justification : $f(0) = 1$ et $f'(0) = 0$: la tangente est la droite horizontale $y = 1$.

5. Soit f une fonction impaire définie sur $\mathbb{R}$ avec $f(2) = 3$. Alors $f(-2)$ vaut :

- A. 3
- B. -3 (bonne réponse)
- C. 0
- D. -2

Justification : f impaire : $f(-x) = -f(x)$, donc $f(-2) = -f(2) = -3$. La courbe est symétrique par rapport à l'origine.