

Guide de rédaction : dérivation

Ce guide complète le Guide de rédaction général.

Il rassemble, pour le chapitre Dérivation, **les quatorze situations qui reviennent en contrôle** et, pour chacune, la rédaction modèle.

Dans ce chapitre, la rédaction consiste surtout à **annoncer ce que l'on dérive**, à **citer la formule**, puis à écrire une tangente en **trois temps**.

Le principe du chapitre

Avec la dérivation, un correcteur regarde surtout **cinq choses** :

- le taux de variation **simplifié par h avant** de faire tendre h vers 0 ;
- les fonctions u , u' , v , v' **écrites** avant d'appliquer une formule ;
- la **formule citée** (produit, inverse, quotient) ;
- la tangente en **trois temps** : $f(a)$, $f'(a)$, équation ;
- la **conclusion** en contexte, avec l'unité pour une interprétation.

1. Les quatorze situations et leur rédaction modèle

Situation 1 : calculer un nombre dérivé avec la définition

« Pour $h \neq 0$, $\frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{(2+h)^2 - 3(2+h) + 2}{h} = \frac{h^2 + h}{h} = 1 + h$. Quand h tend vers 0, ce taux tend vers 1. Donc f est dérivable en 2 et $f'(2) = 1$. »

Simplifie par h avant de faire tendre h vers 0.

Situation 2 : dériver un polynôme

« f est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme somme de fonctions dérivables, et pour tout réel x , $f'(x) = 6x - 5$. »

Situation 3 : dériver un produit

« $f = uv$ avec $u(x) = 2x - 3$, $u'(x) = 2$, $v(x) = x^2 + x + 1$, $v'(x) = 2x + 1$. Donc $f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x) = 2(x^2 + x + 1) + (2x - 3)(2x + 1) = 6x^2 - 2x - 1$. »

Situation 4 : dériver un quotient

« $f = \frac{u}{v}$ avec $u(x) = 3x - 1$, $u'(x) = 3$, $v(x) = x + 2$, $v'(x) = 1$, et v ne s'annule pas sur $] -2; +\infty[$. Donc $f'(x) = \frac{u'v - uv'}{v^2} = \frac{3(x+2) - (3x-1)}{(x+2)^2} = \frac{7}{(x+2)^2}$. »

Situation 5 : dériver un inverse ou une puissance négative

« $f = \frac{1}{v}$ avec $v(x) = 4x - 1$, $v'(x) = 4$, et v ne s'annule pas sur $\left] \frac{1}{4}; +\infty \right[$. Donc $f'(x) = -\frac{v'(x)}{(v(x))^2} = -\frac{4}{(4x-1)^2}$. »

« $\frac{2}{x^2} = 2x^{-2}$, donc sa dérivée est $2 \times (-2)x^{-3} = -\frac{4}{x^3}$. »

Réécris $\frac{1}{x^n}$ en x^{-n} avant de dériver.

Situation 6 : écrire l'équation d'une tangente

« $f(3) = -2$ et $f'(x) = 2x - 4$, donc $f'(3) = 2$. La tangente au point d'abscisse 3 a pour équation $y = f'(3)(x - 3) + f(3) = 2(x - 3) - 2 = 2x - 8$. »

Situation 7 : trouver les tangentes horizontales

« $f'(x) = 3x(x - 2)$. La tangente est horizontale si et seulement si $f'(x) = 0$, c'est-à-dire $x = 0$ ou $x = 2$. Les tangentes horizontales ont pour équations $y = f(0) = 2$ et $y = f(2) = -2$. »

Situation 8 : trouver une tangente parallèle à une droite

« La droite d a pour coefficient directeur 2. La tangente en a est parallèle à d si et seulement si $f'(a) = 2 : 2a - 4 = 2$, donc $a = 3$. La tangente a pour équation $y = 2(x - 3) + f(3) = 2x - 4$. »

On compare avec le **coefficient directeur** de d , pas avec son ordonnée à l'origine.

Situation 9 : étudier la position relative d'une courbe et d'une tangente

« $f(x) - (2x - 1) = x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2 \geq 0$. La courbe est donc au-dessus de sa tangente, avec un seul point commun, d'abscisse 2. »

On **factorise** la différence : c'est ce qui rend le signe lisible.

Situation 10 : lire un nombre dérivé sur un graphique et construire une tangente

« La tangente en $A(1; 3)$ passe par $B(3; 7)$. Son coefficient directeur est $\frac{7-3}{3-1} = 2$. Donc $f'(1) = 2$. »

« On sait que $f'(-2) = -1$ et que $D(-2; 1)$ est sur la courbe : à partir de D , j'avance de 1 vers la droite et je descends de 1, puis je trace la droite qui passe par D et le point $(-1; 0)$. »

Situation 11 : utiliser l'approximation linéaire

« Avec $f(x) = \sqrt{x}$ et $a = 25$: $f(25) = 5$ et $f'(25) = \frac{1}{10}$. Donc $\sqrt{25,3} \approx f(25) + f'(25) \times 0,3 = 5,03$. »

Situation 12 : interpréter un nombre dérivé

« $h'(1) = 10$: à l'instant $t = 1$ s, le ballon monte à la vitesse instantanée de 10 m/s. De même, $C'(20) = 30$: fabriquer le 21^e objet coûte environ 30 €. »

Écris une **phrase**, avec **l'instant** ou **la quantité** et **l'unité**.

Situation 13 : montrer qu'une fonction n'est pas dérivable en un point

« Pour $h > 0$, le taux de variation entre 0 et h vaut $\frac{\sqrt{h} - \sqrt{0}}{h} = \frac{1}{\sqrt{h}}$, qui n'a pas de limite finie quand h tend vers 0. Donc la fonction racine carrée n'est pas dérivable en 0. »

Situation 14 : écrire la liste des coefficients directeurs de sécantes (Python)

« Pour un pas h donné, je parcours k de 0 à $n - 1$, je pose $x = a + kh$ et j'ajoute à la liste le taux de variation entre x et $x + h$. »

```
def secantes(f, a, h, n):
    L = []
    for k in range(n):
        x = a + k * h
        L.append((f(x + h) - f(x)) / h)
    return L
```

Initialise la liste **avant** la boucle, et pense à **return L** après la boucle (même retrait que **for**).

Pour aller plus loin, hors programme

Tangentes passant par un point extérieur à la courbe. Le programme demande la tangente en un point **donné** : cette situation le dépasse, elle n'est pas exigible.

« Soit a l'abscisse du point de contact.

La tangente en a a pour équation $y = 2ax - a^2$.

Elle passe par $P(1; -3)$ si et seulement si $-3 = 2a - a^2$, soit $a^2 - 2a - 3 = 0$, donc $a = -1$ ou $a = 3$.

Il y a deux tangentes : $y = -2x - 1$ et $y = 6x - 9$. »

2. Avant / après sur la dérivation

a) Un taux de variation.

« On remplace h par 0 dans $\frac{(2+h)^2 - 4}{h}$. »

« $\frac{(2+h)^2 - 4}{h} = \frac{4h + h^2}{h} = 4 + h$ pour $h \neq 0$, qui tend vers 4 quand h tend vers 0. »

La première phrase débouche sur $\frac{0}{0}$ et ne démontre rien.

b) Une tangente.

« La tangente en 3 a pour équation $y = 6(x - 3)$. »

« $f(3) = 9$ et $f'(3) = 6$, donc la tangente est $y = 6(x - 3) + 9 = 6x - 9$. »

La première oublie $f(a)$: elle a la bonne pente, mais ne passe pas par le point de contact.

c) Une dérivée de produit.

« $(uv)' = u'v'$ »

« $(uv)' = u'v + uv'$ »

La première est la faute la plus fréquente de tout le chapitre.

d) Une interprétation.

« $h'(1) = 10$. »

« À l'instant $t = 1$ s, le ballon monte à 10 m/s. »

La première donne un nombre sans dire ce qu'il signifie.

3. Les erreurs de rédaction propres à ce chapitre

- Remplacer h par 0 **avant** de simplifier le taux de variation.
- Confondre le nombre dérivé $f'(a)$ (un nombre) et la fonction dérivée f' (une fonction).
- Écrire $(uv)' = u'v'$ ou oublier le **signe moins** et le **carré** dans un inverse ou un quotient.
- Dériver $(3x + 2)^2$ « comme x^2 » en écrivant $2(3x + 2)$ au lieu de développer d'abord.
- Oublier le $+f(a)$ dans l'équation d'une tangente.
- Donner une interprétation **sans unité** ni phrase.

4. La check-list du chapitre

- J'ai **simplifié par h** avant de faire tendre h vers 0.
- J'ai écrit u, u', v, v' et **cité la formule**.
- Pour un inverse ou un quotient, j'ai pensé au **signe moins** et au **carré** du dénominateur.
- J'ai écrit la tangente en **trois temps** : $f(a)$, $f'(a)$, équation.
- Pour une tangente **parallèle** à une droite, j'ai comparé avec le **coefficient directeur** et **vérifié** ma solution.
- Ma **conclusion** est une phrase, avec l'unité quand il y en a une.

Une tangente sans le $+f(a)$, c'est une adresse sans numéro de rue : on est dans la bonne direction, mais on ne trouve pas la maison.