

## Dérivation

Nom : \_\_\_\_\_

## Fiche Bases

Date : \_\_\_\_\_

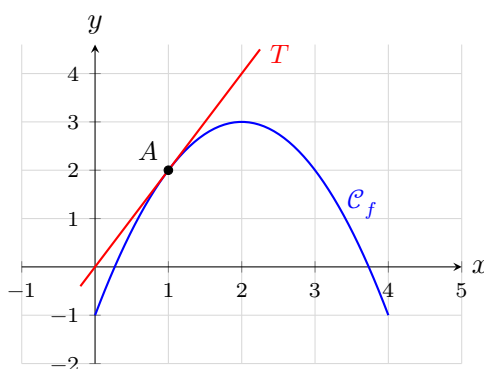
### Exercice B1 : Du taux de variation au nombre dérivé

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2 - 3x$ .

1. Calculer le taux de variation de  $f$  entre 1 et 3.
2. Pour  $h \neq 0$ , calculer  $f(2+h)$ , puis le taux de variation  $\frac{f(2+h) - f(2)}{h}$  et le simplifier.
3. Que devient ce taux quand  $h$  se rapproche de 0 ? En déduire  $f'(2)$ .
4. Avec la même démarche, calculer  $g'(1)$  où  $g(x) = 2x^2 - x$ .

### Exercice B2 : Lecture graphique

On donne la courbe  $\mathcal{C}_f$  d'une fonction  $f$  et sa tangente  $T$  au point  $A(1; 2)$ .



1. Lire  $f(1)$  et  $f'(1)$  (coefficient directeur de  $T$ ).
2. Le point de  $\mathcal{C}_f$  d'abscisse 2 est le sommet de la courbe. Quelle est la tangente à  $\mathcal{C}_f$  en ce point ? En déduire  $f'(2)$ .
3. On sait que  $f(3) = 2$  et  $f'(3) = -2$ . Tracer la tangente à  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse 3 et donner son équation.
4. On donne  $f(x) = -x^2 + 4x - 1$  et  $f'(x) = -2x + 4$ . Retrouver par le calcul les résultats des questions 1 à 3.

### Exercice B3 : Calculer des dérivées

Calculer la fonction dérivée de chaque fonction, sur un intervalle où elle est dérivable :

1.  $f_1(x) = 3x^2 - 5x + 7$  ;
2.  $f_2(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$  ;
3.  $f_3(x) = x^5 + \frac{4}{x}$  ;
4.  $f_4(x) = 2\sqrt{x} - \frac{1}{x}$  ;
5.  $f_5(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^3$ .

### Exercice B4 : Équation d'une tangente

1. Soit  $f(x) = x^2 - 2x + 3$ . Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de  $f$  au point d'abscisse 2, puis au point d'abscisse 0.
2. Soit  $g(x) = \frac{1}{x}$  sur  $]0; +\infty[$ . Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de  $g$  au point d'abscisse 1, puis au point d'abscisse 2.

### Exercice B5 : Interpréter un nombre dérivé

1. Un mobile parcourt la distance  $d(t) = t^2$  (en mètres) au bout de  $t$  secondes. Calculer sa vitesse moyenne entre  $t = 1$  et  $t = 3$ , puis sa vitesse instantanée à  $t = 2$ .
2. Le coût de production de  $q$  articles est  $C(q) = 0,5q^2 + 10q + 200$  (en euros). Calculer  $C(20)$ ,  $C(21)$  et  $C(21) - C(20)$ . Calculer  $C'(20)$  (coût marginal) et le comparer à  $C(21) - C(20)$ .

### Exercice B6 : Approximation affine

On rappelle que, pour  $h$  proche de 0,  $f(a + h) \approx f(a) + f'(a)h$ .

1. Pour  $f(x) = x^2$  et  $a = 3$  : donner  $f(3)$  et  $f'(3)$ , puis une valeur approchée de  $3,02^2$ . La comparer à la valeur exacte.
2. Pour  $f(x) = \frac{1}{x}$  et  $a = 2$  : donner une valeur approchée de  $\frac{1}{2,04}$ .
3. Pour  $f(x) = \sqrt{x}$  et  $a = 9$  : donner une valeur approchée de  $\sqrt{9,09}$ .

### Exercice B7 : Dérivées de $x^n$ et de $\frac{1}{x^n}$

On rappelle que  $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$ . Calculer la dérivée de chaque fonction sur un intervalle où elle est dérivable :

1.  $f(x) = x^4$  ;
2.  $g(x) = \frac{1}{x^2}$  ;
3.  $h(x) = \frac{1}{x^3}$  ;
4.  $k(x) = 3x^7 - \frac{2}{x}$  ;
5.  $m(x) = 2\sqrt{x} - \frac{3}{x}$  ;
6.  $p(x) = \frac{1}{2x+1}$ .

### Exercice B8 : Sécantes et algorithme

Soit  $f(x) = x^2$  et  $a = 1$ . Le programme suivant renvoie la liste des coefficients directeurs des sécantes à la courbe entre les points d'abscisses  $a$  et  $a + h$ , pour  $h = \text{pas}, 2\text{pas}, \dots, n \times \text{pas}$ .

```
def f(x):
    return x ** 2

def secantes(a, pas, n):
    L = []
    for k in range(1, n + 1):
        h = k * pas
        L.append((f(a + h) - f(a)) / h)
    return L
```

1. Calculer à la main la liste renvoyée par `secantes(1, 0.5, 4)`.
2. Pour  $h \neq 0$ , simplifier  $\frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ . Que se passe-t-il quand on diminue le pas ? En déduire  $f'(1)$ .

### Exercice B9 : Vrai ou faux ?

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse, et justifier.

1. La dérivée de  $f(x) = (x^2 + 1)(3x - 2)$  est  $f'(x) = 2x \times 3 = 6x$ .
2. La tangente à la courbe de  $f(x) = x^2$  au point d'abscisse 3 a pour équation  $y = 6(x - 3)$ .
3. Si  $f'(a) = 0$ , alors la tangente à la courbe de  $f$  au point d'abscisse  $a$  est horizontale.
4. La fonction valeur absolue est dérivable en 0.
5. La dérivée de  $f(x) = x^2 \times x^3$  est  $f'(x) = 2x \times 3x^2 = 6x^3$ .

6. La fonction inverse est dérivable sur  $\mathbb{R}$ .
7.  $f'(a)$  est un nombre réel, alors que  $f'$  est une fonction.

**Exercice B10 : Produits et quotients**

Calculer la dérivée de chaque fonction sur l'intervalle indiqué, en précisant  $u$ ,  $u'$ ,  $v$ ,  $v'$  :

1.  $f(x) = (x+1)(x^2-3)$  sur  $\mathbb{R}$  ;
2.  $g(x) = \frac{3x+2}{x-1}$  sur  $]1; +\infty[$  ;
3.  $h(x) = \frac{1}{x^2+1}$  sur  $\mathbb{R}$  ;
4.  $k(x) = (4x-1)(x^2+2)$  sur  $\mathbb{R}$  ;
5.  $m(x) = (x+1)\sqrt{x}$  sur  $]0; +\infty[$  ;
6.  $p(x) = \frac{1}{x^3+1}$  sur  $] -1; +\infty[$ .