

Suites numériques : exercices de synthèse

Quatre exercices complets, au format d'un devoir :

- deux plans d'épargne : un arithmétique, un géométrique, avec un seuil ;
- des bactéries qui se multiplient : évolution en pourcentage et seuil avec Python ;
- un empilement de briques : suite arithmétique et somme.
- des allumettes et un escalier : motifs, dénombrement, relation de récurrence et formule explicite.

Les corrections sont rédigées comme on l'attend d'une excellente copie :

- nature de la suite **justifiée** ;
- terme général et somme avec le **bon nombre de termes** ;
- coefficient multiplicateur expliqué ;
- conclusion **en contexte, avec l'unité**.

Elles suivent le Guide de rédaction général et celui du chapitre. **Durée conseillée : 25 minutes par exercice, sur papier, sans regarder la correction.**

Comment t'entraîner efficacement

- Chronomètre-toi et rédige tout, comme en devoir.
- Pour chaque suite, écris **d'abord** la relation $u_{n+1} = \dots$ et **nomme** la nature de la suite.
- Si tu bloques sur une question, écris ce que tu sais et passe à la suivante.
- À la fin de chaque exercice, ouvre « Points clés attendus » : c'est la liste de ce que le correcteur cherche.

Exercice 1 : deux plans d'épargne

Une personne place 1 000 € et hésite entre deux plans.

Plan A : le capital augmente de 50 € chaque année. On note A_n le capital après n années.

Plan B : le capital augmente de 4 % chaque année. On note B_n le capital après n années.

1. Justifier la nature de (A_n) et de (B_n) et exprimer A_n et B_n en fonction de n .
2. Calculer A_{10} et B_{10} . Quel plan est le plus avantageux au bout de 10 ans ?
3. Écrire un script Python qui détermine la première année à partir de laquelle le plan B dépasse le plan A. Donner sa valeur et interpréter.

Exercice 2 : des bactéries

Une culture contient 2 000 bactéries. Leur nombre augmente de 20 % chaque heure. On note b_n le nombre de bactéries après n heures.

1. Justifier que (b_n) est géométrique. Exprimer b_n .
2. Calculer le nombre de bactéries après 5 heures.
3. Donner le sens de variation de (b_n) .
4. Déterminer, avec un algorithme, au bout de combien d'heures la culture dépasse 10 000 bactéries.

Exercice 3 : des briques

On empile des briques en rangées.

La première rangée compte 30 briques, et chaque rangée suivante compte 2 briques de moins que la précédente.

On note u_k le nombre de briques de la k -ième rangée ($u_1 = 30$).

1. Justifier que (u_k) est arithmétique et exprimer u_k en fonction de k .
2. Combien de rangées peut-on construire ?
3. Combien de briques y a-t-il dans les 5 premières rangées ?
4. Combien de briques faut-il en tout pour construire toutes les rangées ?

Exercice 4 : motifs et dénombrement

Partie A : allumettes. On construit des figures avec des allumettes : la figure n est une rangée de n carrés accolés. On note a_n le nombre d'allumettes de la figure n .



figure 1



figure 2



figure 3

Allumettes : n carrés alignés

1. Donner a_1, a_2, a_3 . Exprimer a_{n+1} en fonction de a_n et en déduire la nature de la suite (a_n) .
2. Exprimer a_n en fonction de n . Combien d'allumettes faut-il pour 25 carrés ? Avec 301 allumettes, combien de carrés peut-on aligner ?

Partie B : escalier. On construit un escalier avec des carreaux : la figure n a n marches, de hauteurs 1, 2, ..., n carreaux. On note e_n le nombre de carreaux de la figure n .



figure 1



figure 2



figure 3

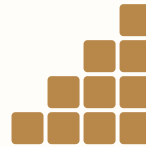


figure 4

Escalier : les figures 1 à 4

3. Donner e_1, e_2, e_3, e_4 . Exprimer e_{n+1} en fonction de e_n . La suite (e_n) est-elle arithmétique ?
4. Donner une formule explicite de e_n et la démontrer. Écrire un script Python qui renvoie le plus petit nombre de marches pour avoir plus de 500 carreaux, et le vérifier par le calcul.

Les réflexes à retenir

- **Écris la relation** $u_{n+1} = \dots$ avant d'annoncer la nature de la suite.
- **Hausse de $t\%$** : coefficient $1 + \frac{t}{100}$. **Ajout constant** : arithmétique.
- Une suite qui **commence à u_1** : $u_k = u_1 + (k - 1)r$.
- **Nombre de termes** = dernier rang - premier rang + 1.
- Un **seuil** : algorithme avec **while**, **vérifié** par deux termes.
- **Conclus** en contexte, avec l'unité.
- Un **motif** : compte les premières figures, cherche **ce qui s'ajoute** d'une figure à la suivante, puis passe à la formule explicite.