

Guide de rédaction : suites numériques

Ce guide complète le Guide de rédaction général.

Il rassemble, pour le chapitre Suites numériques, **les seize situations qui reviennent en contrôle** et, pour chacune, la rédaction modèle.

Dans ce chapitre, la rédaction consiste surtout à **prouver la nature d'une suite** puis à appliquer la bonne formule.

Le principe du chapitre

Avec les suites, un correcteur regarde surtout **cinq choses** :

- la **relation** $u_{n+1} = \dots$ **écrite** avant d'annoncer la nature de la suite ;
- la **différence** $u_{n+1} - u_n$ ou le **quotient** calculés **pour tout** n ;
- la **formule citée** (terme général, somme) ;
- le **nombre de termes** compté avec soin ;
- la **conclusion en contexte**, avec l'unité.

1. Les seize situations et leur rédaction modèle

Situation 1 : calculer des termes d'une suite explicite.

« $u_n = 2n^2 - 3n + 1$. $u_3 = 2 \times 9 - 3 \times 3 + 1 = 10$. »

Situation 2 : calculer des termes d'une suite définie par récurrence.

« $v_0 = 3$ et $v_{n+1} = 2v_n - 1$. $v_1 = 2 \times 3 - 1 = 5$, $v_2 = 2 \times 5 - 1 = 9$. »

Situation 3 : sens de variation avec $u_{n+1} - u_n$.

« Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n = 3(n+1) + 2 - (3n+2) = 3 > 0$. Donc (u_n) est strictement croissante. »

Remplace n par $n+1$ partout, puis simplifie.

Situation 4 : sens de variation avec le quotient.

« Tous les termes sont strictement positifs et $\frac{u_{n+1}}{u_n} = 1,2 > 1$. Donc (u_n) est strictement croissante. »

Pour une suite géométrique de raison $q > 0$, $u_{n+1} - u_n = u_0 q^n (q - 1)$: le signe dépend de celui de u_0 et de $q - 1$. Si $u_0 < 0$ et $0 < q < 1$, la suite est **croissante**.

Situation 5 : prouver qu'une suite est arithmétique.

« Pour tout n , $u_{n+1} - u_n = 4(n+1) - 7 - (4n - 7) = 4$. La différence est constante : (u_n) est arithmétique de raison 4 et de premier terme $u_0 = -7$. »

Situation 6 : prouver qu'une suite est géométrique.

« Pour tout n , $u_{n+1} = 0,8 u_n$. Donc (u_n) est géométrique de raison 0,8 et de premier terme $u_0 = 1\,000$. »

Situation 7 : prouver qu'une suite n'est pas arithmétique.

« $v_1 - v_0 = 1$ et $v_2 - v_1 = 3$. Les différences ne sont pas égales : (v_n) n'est pas arithmétique. »

Un contre-exemple suffit pour **réfuter**, mais il faut **la différence pour tout n** pour prouver.

Situation 8 : terme général avec deux termes donnés.

« $u_7 = u_3 + (7 - 3)r$, donc $23 = 11 + 4r$ et $r = 3$. Puis $u_0 = u_3 - 3r = 2$. Donc $u_n = 2 + 3n$. »

Situation 9 : somme de termes consécutifs (arithmétique).

« Il y a $10 - 0 + 1 = 11$ termes. $S = 11 \times \frac{u_0 + u_{10}}{2} = 11 \times \frac{5 + 35}{2} = 220$. »

Nombre de termes = dernier rang - premier rang + 1.

Situation 10 : somme de termes consécutifs (géométrique).

« $q = 2 \neq 1$ et il y a 6 termes. $S = u_0 \times \frac{1 - q^6}{1 - q} = 3 \times \frac{1 - 64}{1 - 2} = 189$. »

Situation 11 : une évolution en pourcentage.

« Une hausse de 3% correspond à un coefficient multiplicateur de $1 + \frac{3}{100} = 1,03$. Donc $C_{n+1} = 1,03 C_n$: (C_n) est géométrique de raison 1,03 et de premier terme 5 000. Donc $C_n = 5\,000 \times 1,03^n$. »

Situation 12 : un seuil avec Python.

« On écrit une boucle `while` : n augmente tant que $C_n < 10\,000$. Le script renvoie 24. Vérification : $C_{23} \approx 9\,868 < 10\,000$ et $C_{24} \approx 10\,164 \geq 10\,000$. Le capital double au bout de 24 ans. »

Vérifie la valeur trouvée avec **deux termes consécutifs**.

Situation 13 : une suite qui commence à u_1 .

« $u_1 = 30$ et $u_{k+1} = u_k - 2$: (u_k) est arithmétique de raison -2 . Donc $u_k = u_1 + (k - 1)r = 30 - 2(k - 1) = 32 - 2k$. »

Situation 14 : comparer deux suites.

« $A_{10} = 1\,500$ et $B_{10} \approx 1\,480,24$. Au bout de 10 ans, le plan A est plus avantageux. Le script montre que $B_n > A_n$ à partir de $n = 12$. Ensuite, $B_{n+1} - B_n = 0,04 B_n > 64 > 50 = A_{n+1} - A_n$: l'écart augmente, le plan B reste meilleur. »

Situation 15 : passer d'une récurrence à une formule explicite (motif, dénombrement).

« $T_1 = 1$ et $T_{n+1} = T_n + (n + 1)$. Les écarts 2, 3, 4 ne sont pas constants : la suite n'est pas arithmétique. En additionnant les écarts, $T_n = 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$. Vérification : $T_4 = \frac{4 \times 5}{2} = 10$. »

Situation 16 : lire un nuage de points.

« Les points semblent alignés, avec une montée de 1,5 à chaque pas : on conjecture une suite arithmétique de raison 1,5. Preuve : $a_{n+1} - a_n = 1,5$ pour tout n . »

Le graphique donne une **conjecture**, jamais une preuve.

2. Avant / après sur les suites**a) Une suite arithmétique.**

« $u_n = 4n - 7$ est arithmétique. »

« Pour tout n , $u_{n+1} - u_n = 4$: la suite est arithmétique de raison 4. »

La première n'a rien prouvé.

b) Un nombre de termes.

« De u_3 à u_{10} , il y a 7 termes. »

« De u_3 à u_{10} , il y a $10 - 3 + 1 = 8$ termes. »

c) Une évolution en pourcentage.

« Une hausse de 3 % : on multiplie par 0,03. »

« Une hausse de 3 % : on multiplie par 1,03. »

d) Une conclusion.

« $n = 24$. »

« Le capital dépasse 10 000 € au bout de 24 ans. »

3. Les erreurs de rédaction propres à ce chapitre

- Annoncer « arithmétique » ou « géométrique » **sans avoir prouvé** la constance.
- Confondre u_{n+1} et $u_n + 1$.
- Compter **mal le nombre de termes** dans une somme.
- Utiliser $u_0 + nr$ pour une suite qui **commence à** u_1 .
- Oublier que **hausse de $t\%$ = coefficient $1 + \frac{t}{100}$** .
- Donner un résultat de problème **sans unité** ni phrase de conclusion.
- Justifier un sens de variation avec **quelques termes**.

4. La check-list du chapitre

- J'ai écrit la **relation** $u_{n+1} = \dots$ avant d'annoncer la nature de la suite.
- J'ai calculé $u_{n+1} - u_n$ (ou le quotient) **pour tout n** .
- J'ai **cité la formule** (terme général, somme) et **compté les termes**.
- Pour un pourcentage, j'ai écrit le **coefficient multiplicateur**.
- Pour un seuil, j'ai **vérifié** avec deux termes consécutifs.
- Ma **conclusion** est en contexte, avec l'unité.

Une suite qui « a l'air » arithmétique, c'est un candidat qui « a l'air » d'avoir révisé : le correcteur veut une preuve.