

Suites numériques

Nom : _____

Fiche Bases

Date : _____

Exercice B1 : Termes d'une suite définie explicitement

Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 3n^2 - 2$. On note indifféremment u_n ou $u(n)$ le terme de rang n .

1. Calculer u_0 , u_1 , u_2 et u_3 .
2. Calculer $u(10)$.
3. Exprimer u_{n+1} en fonction de n , puis $u_n + 1$ en fonction de n . Ces deux expressions sont-elles égales ?
4. Les nombres 73 et 50 sont-ils des termes de la suite ? Si oui, donner leur rang.

Exercice B2 : Suites définies par récurrence

1. (v_n) est définie par $v_0 = 4$ et $v_{n+1} = 0,5v_n + 3$. Calculer v_1 , v_2 et v_3 .
2. (w_n) est définie par $w_0 = 2$ et $w_{n+1} = w_n^2 - 1$. Calculer w_1 , w_2 et w_3 .
3. (F_n) est définie par $F_0 = 0$, $F_1 = 1$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$. Calculer F_2 , F_3 , ..., F_7 .

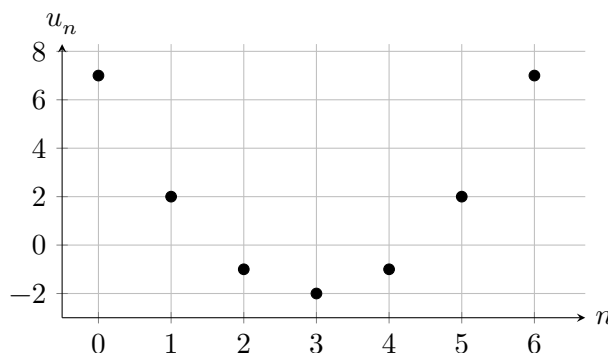
Exercice B3 : Sens de variation par la différence

Étudier le sens de variation de chacune des suites suivantes, définies pour tout $n \in \mathbb{N}$, en calculant $u_{n+1} - u_n$.

1. $a_n = 5 - 2n$
2. $b_n = n^2 + n$ (retrouver ensuite ce résultat avec les variations de la fonction $f : x \mapsto x^2 + x$ sur $[0; +\infty[$)
3. $c_n = \frac{3}{n+2}$

Exercice B4 : Lecture graphique

On a représenté ci-dessous les points $(n; u_n)$ pour n entier compris entre 0 et 6, où $u_n = n^2 - 6n + 7$.



1. Lire graphiquement u_0 , u_3 et u_6 .
2. Pour quelles valeurs de n compris entre 0 et 6 a-t-on $u_n = 2$?
3. Quel sens de variation peut-on conjecturer d'après le graphique ?
4. Démontrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n = 2n - 5$. En déduire le sens de variation de (u_n) et conclure sur la conjecture.

Exercice B5 : Suites arithmétiques

1. (u_n) est la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 7$ et de raison -2 .
 - a) Exprimer u_n en fonction de n et calculer u_{15} .
 - b) Calculer $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{15}$.
 - c) Quel est le sens de variation de (u_n) ? Quel est le rang du terme égal à -41 ?

- d) Sur quelle droite sont alignés les points $(n; u_n)$?
2. (v_n) est une suite arithmétique telle que $v_4 = 10$ et $v_9 = 25$. Déterminer sa raison, son premier terme v_0 , puis v_n en fonction de n .

Exercice B6 : Suites géométriques

1. (w_n) est la suite géométrique de premier terme $w_0 = 81$ et de raison $\frac{1}{3}$.
- a) Exprimer w_n en fonction de n et calculer w_4 .
- b) Calculer $S = w_0 + w_1 + w_2 + w_3 + w_4$ avec la formule du cours, puis vérifier en additionnant les termes.
- c) Quel est le sens de variation de (w_n) ?
2. (g_n) est une suite géométrique de raison positive telle que $g_2 = 20$ et $g_4 = 80$. Déterminer sa raison, son premier terme g_0 , puis calculer g_7 .

Exercice B7 : Reconnaître la nature d'une suite

Pour chaque suite, indiquer si elle est arithmétique, géométrique, ou ni l'une ni l'autre. Donner la raison le cas échéant et justifier.

- $u_n = 3n - 5$ pour $n \in \mathbb{N}$.
- $v_n = 2 \times 5^n$ pour $n \in \mathbb{N}$.
- $w_n = n^2$ pour $n \in \mathbb{N}$.
- $t_0 = 4$ et $t_{n+1} = t_n - 7$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
- $s_0 = 96$ et $s_{n+1} = 0,5 s_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
- $p_n = 3^n + 1$ pour $n \in \mathbb{N}$.

Exercice B8 : Évolutions en pourcentage

- Donner le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 7 %, puis à une baisse de 12 %. Quelle évolution en pourcentage correspond à un coefficient multiplicateur de 1,25, puis de 0,6 ?
- Un article coûte 80 €. Son prix baisse de 15 %, puis augmente de 10 %. Calculer le prix final, puis l'évolution globale en pourcentage.
- On place 2000 € à intérêts composés au taux annuel de 2,5 %. On note C_n le capital après n années. Justifier que (C_n) est géométrique, exprimer C_n en fonction de n et calculer C_4 (arrondir au centime).

Exercice B9 : Python

1. On considère le script suivant.

```
u = 2
for k in range(4):
    u = 3*u - 1
print(u)
```

Quelle valeur affiche-t-il ? À quel terme d'une suite définie par récurrence correspond-elle ?

2. Le script suivant doit afficher le plus petit entier n tel que $5 \times 1,1^n > 20$. Quelle condition faut-il écrire à la place des pointillés ? Quelle valeur est affichée ?

```
u = 5
n = 0
while ..... :
    u = 1.1 * u
    n = n + 1
print(n)
```

3. Que calcule le script suivant ? Donner la valeur affichée et la retrouver avec une formule du cours.

```
s = 0
for k in range(1, 11):
    s = s + (2*k - 1)
print(s)
```

Exercice B10 : Vrai ou faux

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse, en justifiant.

1. Si $u_{n+1} - u_n = 0,5$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, alors (u_n) est arithmétique et croissante.
2. La suite définie par $u_n = (-2)^n$ est géométrique et décroissante.
3. $1 + 2 + 3 + \dots + 50 = 1\,275$.
4. La somme $u_4 + u_5 + \dots + u_{12}$ comporte 8 termes.
5. Une baisse de 50 % suivie d'une hausse de 50 % ramène à la valeur de départ.

Exercice B11 : Conjecturer une limite

On considère les suites (a_n) , (b_n) et (c_n) définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ par

$$a_n = \frac{4n+1}{n+1}, \quad b_n = n^2 - 10n, \quad c_n = (-1)^n.$$

1. Calculer a_0 , a_9 , a_{99} et a_{999} , puis b_{10} , b_{100} et b_{1000} , puis c_0 , c_1 , c_2 et c_3 .
2. Pour chacune des trois suites, conjecturer son comportement quand n devient très grand : valeurs qui se rapprochent d'un nombre (limite finie), valeurs qui dépassent tout nombre fixé (limite infinie), ou aucun de ces deux comportements (absence de limite).
3. Le script ci-dessous doit afficher le plus petit entier n tel que $a_n > 3,93$. Quelle condition faut-il écrire à la place des pointillés ? Quelle valeur est affichée ?

```
n = 0
while ..... :
    n = n + 1
print(n)
```

4. Vérifier le résultat de la question 3 en calculant deux termes de la suite.