

Second degré : exercices de synthèse

Quatre exercices complets, au format d'un devoir :

- l'étude complète d'une fonction du second degré : formes, racines, signe, variations, inéquation ;
- un enclos d'aire maximale, avec un intervalle de rentabilité ;
- une équation avec un paramètre : nombre de solutions, racine double, condition sur le produit ;
- le choix de la forme adaptée : forme canonique, factorisation directe, signe d'une forme factorisée, liste Python.

Les corrections sont rédigées comme on l'attend d'une excellente copie :

- Δ calculé et son signe donné ;
- formule citée ;
- vérifications écrites ;
- conclusion **en contexte**.

Elles suivent le Guide de rédaction général et celui du chapitre. **Durée conseillée : 25 minutes par exercice, sur papier, sans regarder la correction.**

Comment t'entraîner efficacement

- Chronomètre-toi et rédige tout, comme en devoir.
- Pour chaque question, écris **d'abord** le discriminant ou la formule utilisée.
- Si tu bloques sur une question, écris ce que tu sais et passe à la suivante.
- À la fin de chaque exercice, ouvre « Points clés attendus » : c'est la liste de ce que le correcteur cherche.

Exercice 1 : étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 4x + 6$. On note $\mathcal{C}$ sa courbe.

1. Écrire $f(x)$ sous forme canonique. En déduire le sommet de $\mathcal{C}$, le tableau de variations de f et l'extremum.
2. Résoudre $f(x) = 0$ et factoriser $f(x)$.
3. Dresser le tableau de signes de $f(x)$.
4. Résoudre $f(x) \geq 6$.

Exercice 2 : un enclos

Un éleveur dispose de 40 m de grillage pour construire un enclos rectangulaire adossé à un mur : le côté le long du mur n'est pas clôturé. On note x la longueur, en mètres, des deux côtés perpendiculaires au mur.

1. Exprimer la longueur du côté parallèle au mur, puis l'aire $A(x)$ de l'enclos. Préciser l'intervalle de x .
2. Déterminer les dimensions de l'enclos d'aire maximale et cette aire.
3. Pour quelles valeurs de x l'aire est-elle supérieure ou égale à 150 m² ?

Exercice 3 : une équation avec paramètre

Pour tout réel m , on considère l'équation $(E_m) : x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$.

1. Calculer le discriminant de (E_m) en fonction de m .
2. Discuter, selon m , le nombre de solutions de (E_m) .
3. Pour $m > -\frac{1}{2}$, donner les solutions de (E_m) et vérifier avec $m = 0$.
4. Pour $m > -\frac{1}{2}$, déterminer m pour que le produit des solutions soit égal à 4.

Exercice 4 : choisir la forme adaptée

Soit $f(x) = -x^2 + 4x + 5$.

1. Vérifier que, pour tout réel x , $f(x) = -(x-2)^2 + 9 = -(x+1)(x-5)$.
2. Résoudre $f(x) = 0$ sans calculer de discriminant, puis dresser le tableau de signes de $f(x)$.
3. Donner le tableau de variations de f et son extremum.
4. Résoudre $f(x) = 5$, puis $f(x) \geq 5$.
5. On exécute `[x for x in range(-3, 8) if -x*x + 4*x + 5 > 0]`. Quelle liste obtient-on ? Quel lien avec la question 2 ?

Les réflexes à retenir

- **Cherche une factorisation directe** ; sinon **calcule Δ** , donne son signe, puis conclus.
- **Choisis la forme adaptée** : développée, canonique ou factorisée.
- **Vérifie** ton résultat : développer une forme canonique, tester une racine.
- Un **problème concret** : inconnue, intervalle, fonction, étude, conclusion **avec l'unité**.
- Une **inéquation** : racines, signe de a , ensemble S .
- Un **paramètre** : étudie le signe de Δ en fonction de m , en trois cas.