

Guide de rédaction : second degré

Ce guide complète le Guide de rédaction général.

Il rassemble, pour le chapitre Second degré, **les quinze situations qui reviennent en contrôle** et, pour chacune, la rédaction modèle.

Le second degré est un excellent terrain pour prendre de bonnes habitudes de rédaction : le discriminant, les racines et la conclusion s'écrivent toujours de la même façon.

Le principe du chapitre

Avec le second degré, un correcteur regarde surtout **cinq choses** :

- le **discriminant calculé** avec son **signe** ;
- la **formule des racines** citée quand $\Delta > 0$;
- la **vérification** (développement, racine testée) ;
- le **signe de a** utilisé pour les signes et les variations ;
- la **conclusion** sous forme d'ensemble S ou de phrase en contexte.

1. Les quinze situations et leur rédaction modèle

Situation 1 : calculer un discriminant.

« $a = 2, b = -5, c = 2. \Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 2 \times 2 = 9.$ »

Mets des **parenthèses** autour des nombres négatifs.

Situation 2 : résoudre une équation avec $\Delta > 0$.

« $\Delta = 9 > 0$. L'équation admet deux solutions : $x_1 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}$ et $x_2 = \frac{5+3}{4} = 2$. $S = \left\{ \frac{1}{2}; 2 \right\}$. »

Situation 3 : $\Delta = 0$ ou $\Delta < 0$.

« $\Delta = 0$: l'équation admet une unique solution $x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2}$. $S = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$. »

« $\Delta = -16 < 0$: l'équation n'admet aucune solution réelle. $S = \emptyset$. »

Situation 4 : mettre sous forme canonique.

« $f(x) = 2x^2 - 12x + 7 = 2(x^2 - 6x) + 7$. Or $x^2 - 6x = (x - 3)^2 - 9$, donc $f(x) = 2[(x - 3)^2 - 9] + 7 = 2(x - 3)^2 - 11$. Vérification : $2(x - 3)^2 - 11 = 2x^2 - 12x + 7$. »

On complète le carré avec $x^2 + 2px = (x + p)^2 - p^2$.

Situation 5 : factoriser.

« $x^2 - 9$: différence de deux carrés, donc $(x - 3)(x + 3)$. » « $x^2 - 5x + 6$: somme 5, produit 6, donc $(x - 2)(x - 3)$. »

« $\Delta = 25 > 0$, racines -1 et $\frac{3}{2}$. Donc $2x^2 - x - 3 = 2(x + 1)\left(x - \frac{3}{2}\right) = (x + 1)(2x - 3)$. »

N'oublie pas le **facteur** a . Quand une factorisation directe est possible (facteur commun, identité remarquable, racine évidente, somme et produit), elle évite le calcul de Δ .

Situation 6 : sommet, axe de symétrie, extremum.

« $f(x) = -2(x - 2)^2 + 5$ (complétion du carré). Le sommet est $S(2; 5)$. Comme $a = -2 < 0$, f admet un maximum égal à 5, atteint en $x = 2$. La courbe est symétrique par rapport à la droite $x = 2$. »

Situation 7 : tableau de variations.

« $a < 0$: f est croissante sur $] -\infty; \alpha]$ puis décroissante sur $[\alpha; +\infty[$, avec $f(\alpha) = \beta$. »

Situation 8 : signe d'une fonction donnée sous forme factorisée.

« $f(x) = -2(x + 1)(x - 3)$. Les racines, dans l'ordre croissant, sont -1 et 3 , et $a = -2 < 0$. La fonction est positive entre les racines et négative à l'extérieur. »

Situation 9 : résoudre une inéquation.

« $-2x^2 + x + 3 > 0$. Racines -1 et $\frac{3}{2}$, $a < 0$: la fonction est positive entre les racines. $S = \left]-1; \frac{3}{2}\right[$. »

Attention à l'**inégalité stricte** ou large pour les crochets.

Situation 10 : une équation qui se ramène au second degré.

« $(x - 2)^2 = 3x - 2 \iff x^2 - 4x + 4 = 3x - 2 \iff x^2 - 7x + 6 = 0$. $\Delta = 25 > 0$, donc $x_1 = 1$ et $x_2 = 6$. Vérification : $(6 - 2)^2 = 16 = 3 \times 6 - 2$. $S = \{1; 6\}$. »

Dans un problème, **rejette** les solutions qui n'ont pas de sens (longueur négative).

Situation 11 : somme et produit des racines.

« $2x^2 - 7x + 5 : a + b + c = 0$, donc 1 est racine. Le produit des racines vaut $\frac{c}{a} = \frac{5}{2}$, donc l'autre racine est $\frac{5}{2}$. »

Situation 12 : discuter selon un paramètre.

« $\Delta = m^2 - 16 = (m - 4)(m + 4)$. Si $m < -4$ ou $m > 4$: deux solutions. Si $m = \pm 4$: une solution. Si $-4 < m < 4$: aucune solution. »

Situation 13 : un problème d'optimisation.

« Soit x la longueur d'un côté, avec $x \in]0; 10[$.

L'aire est $A(x) = -x^2 + 10x$.

$A(x) = -(x - 5)^2 + 25$: comme $a = -1 < 0$, A admet un maximum en $x = 5 \in]0; 10[$, et $A(5) = 25$.

L'aire maximale est **25 m²**, obtenue pour un carré de côté **5 m**. »

Intervalle, sommet dans l'intervalle, **unité**.

Situation 14 : une fonction de signe constant.

« $a = 1 > 0$. La fonction $x \mapsto x^2 + mx + 1$ est strictement positive pour tout x si et seulement si $\Delta < 0$, soit $m^2 - 4 < 0$, c'est-à-dire $m \in]-2; 2[$. »

Situation 15 : choisir la forme adaptée.

« $f(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x - 1)^2 - 12 = 3(x + 1)(x - 3)$. Pour le minimum, j'utilise la forme canonique : $f(x) \geq -12$, avec égalité en $x = 1$. Pour résoudre $f(x) = 0$ et étudier le signe, j'utilise la forme factorisée. Pour résoudre $f(x) = -9$, j'utilise la forme développée : $3x^2 - 6x = 0$. »

Dis quelle forme tu choisis, et pourquoi, en une demi-phrase.

2. Avant / après sur le second degré

a) Une factorisation.

« $2x^2 - x - 3 = (x + 1)(x - 1,5)$. »

« $\Delta = 25 > 0$, racines -1 et $\frac{3}{2}$, donc $2x^2 - x - 3 = 2(x + 1)\left(x - \frac{3}{2}\right) = (x + 1)(2x - 3)$. »

La première a **oublié le facteur** $a = 2$.

b) Une inéquation.

« $x^2 - 3x - 4 \leq 0$ donc $x \leq -1$ ou $x \geq 4$. »

« Les racines sont -1 et 4 et $a = 1 > 0$. La fonction est négative ou nulle entre les racines. $S = [-1; 4]$. »

La première a **inversé** l'intérieur et l'extérieur.

c) Une équation à ramener au second degré.

« $(x - 2)^2 = 3x - 2$ donc $x - 2 = 3x - 2$, donc $x = 0$. »

« $(x - 2)^2 = 3x - 2 \iff x^2 - 7x + 6 = 0$, donc $x = 1$ ou $x = 6$. $S = \{1; 6\}$. »

La première a **simplifié un carré** comme si c'était un terme du premier degré : on développe et on passe tout dans un membre.

d) Un problème.

« Le maximum est **25**. »

« L'aire maximale est **25 m²**, atteinte pour un carré de côté **5 m**. »

3. Les erreurs de rédaction propres à ce chapitre

- Donner les racines **sans avoir calculé** Δ .
- Oublier le **facteur** a dans une factorisation ou une forme canonique.
- **Inverser** l'intérieur et l'extérieur des racines dans une inéquation.
- Garder une **solution sans sens** dans le problème (une longueur négative, par exemple).
- Oublier de **ranger les racines dans l'ordre croissant** avant de lire le signe (si $a < 0$, la formule donne $x_1 > x_2$).
- Oublier de préciser l'**intervalle** de l'inconnue dans un problème.
- Donner la valeur de x quand on demande le **maximum**, ou l'inverse.
- Oublier l'**unité** dans une conclusion.

4. La check-list du chapitre

- J'ai **calculé** Δ et donné son **signe**.
- J'ai cherché une **factorisation directe** avant de calculer Δ .
- J'ai écrit les **racines avec la formule** et **vérifié** une racine ou développé.
- Ma **factorisation** contient le **facteur** a .
- Pour une inéquation, j'ai utilisé le **signe de** a et écrit S avec les **bons crochets**.
- J'ai **choisi la forme adaptée** (développée, canonique, factorisée) à la question.
- Pour un problème, j'ai défini l'**inconnue**, son **intervalle**, la **fonction**, et conclu **avec l'unité**.

Un discriminant, ça se calcule comme un ticket de caisse : un oubli de signe et le total est faux.