

Second degré

Nom : _____

Fiche Bases

Date : _____

Exercice B1 : Discriminant et nombre de racines

Pour chaque trinôme, calculer le discriminant puis indiquer le nombre de racines réelles.

a) $3x^2 - 7x + 2$

c) $2x^2 + x + 3$

e) $5x^2 - 4$

b) $x^2 + 6x + 9$

d) $-2x^2 + 5x - 1$

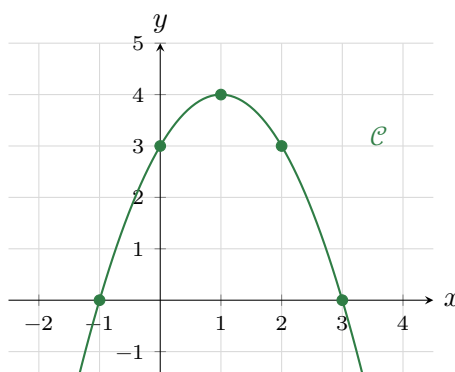
Exercice B2 : Forme canonique

On considère les fonctions $f(x) = 3x^2 - 12x + 5$, $g(x) = -2x^2 - 8x + 1$ et $h(x) = x^2 + 3x - 1$.

1. Écrire chacune sous forme canonique $a(x - \alpha)^2 + \beta$.
2. En déduire, pour chacune, les coordonnées du sommet de sa parabole et la nature (minimum ou maximum) de son extremum.
3. Pour chaque fonction, décrire la parabole comme l'image de la parabole d'équation $y = ax^2$ (a étant le coefficient de x^2) par une translation, dont on donnera le vecteur.

Exercice B3 : Lecture graphique

La parabole $\mathcal{C}$ ci-dessous est la courbe représentative d'une fonction polynôme du second degré f . Les points marqués sont à coordonnées entières.



1. Lire les coordonnées du sommet, l'équation de l'axe de symétrie et les racines de f .
2. Le coefficient a de x^2 est-il positif ou négatif? Justifier.
3. Résoudre graphiquement $f(x) > 0$, puis $f(x) \leq 3$.
4. Combien de solutions admet l'équation $f(x) = k$ pour $k = 4$, $k = 5$, $k = 1$?
5. Déterminer l'expression de $f(x)$ sous forme factorisée, puis sous forme développée.

Exercice B4 : Résoudre des équations

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1. $2x^2 - 3x - 2 = 0$

4. $x^2 = 2x + 1$

2. $9x^2 = 6x - 1$

5. $5x^2 - 7x + 2 = 0$ (chercher une racine évidente)

3. $x^2 + x + 1 = 0$

Exercice B5 : Résoudre des inéquations

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1. $x^2 - x - 6 \leq 0$
2. $2x^2 - x - 1 > 0$
3. $-3x^2 + 2x - 1 < 0$
4. $(2x + 1)(4 - x) \geq 0$ (avec un tableau de signes)

Exercice B6 : Factoriser un trinôme

Quand c'est possible, factoriser dans $\mathbb{R}$:

1. $x^2 - 9x + 14$
2. $3x^2 + x - 2$
3. $4x^2 - 20x + 25$
4. $x^2 + 4x + 6$
5. $5x^2 - 7x$ (racine apparente)
6. $3x^2 - 48$ (coefficient de x nul)

Exercice B7 : Somme et produit des racines

On considère l'équation (E) : $2x^2 - 9x + 4 = 0$.

1. Montrer que (E) admet deux solutions distinctes x_1 et x_2 (sans les calculer).
2. Sans calculer x_1 ni x_2 , déterminer $x_1 + x_2$ et x_1x_2 , puis $x_1^2 + x_2^2$ et $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.
3. Résoudre (E) et vérifier les résultats précédents.
4. Déterminer deux nombres réels de somme -1 et de produit -12 .

Exercice B8 : Vrai ou faux ?

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse, et justifier.

1. Si a et c sont de signes contraires, le trinôme $ax^2 + bx + c$ admet deux racines réelles distinctes.
2. Le trinôme $-x^2 + 4x - 5$ est strictement négatif pour tout réel x .
3. La parabole d'équation $y = 2x^2 - 8x + 1$ admet la droite d'équation $x = 2$ pour axe de symétrie.
4. Si $\Delta > 0$, la somme des deux racines de $ax^2 + bx + c$ est égale à $-\frac{b}{a}$.
5. Le trinôme $x^2 - 4x + 4$ est positif ou nul pour tout réel x .
6. Écrire la négation de l'affirmation 2. Cette négation est-elle vraie ?

Exercice B9 : Python

On considère le programme suivant.

```
def discriminant(a, b, c):
    return b*b - 4*a*c

def nb_racines(a, b, c):
    d = discriminant(a, b, c)
    if d > 0:
        return 2
    elif d == 0:
        return 1
    else:
        return 0
```

1. Donner la valeur renvoyée par chacun des appels suivants :
`nb_racines(1, -4, 4)`, `nb_racines(2, 1, 3)`, `nb_racines(3, -7, 2)`.
2. Compléter la fonction suivante, qui renvoie la somme des racines réelles de $ax^2 + bx + c$ lorsqu'elles existent. Que renvoie `somme_racines(2, -9, 4)` ?

```
def somme_racines(a, b, c):
    if discriminant(a, b, c) >= 0:
        return .....
    else:
        return None
```

3. Que renvoie `nb_racines(0, 2, 1)` ? Ce résultat est-il correct pour l'équation $0x^2 + 2x + 1 = 0$? Expliquer.